

1. 已知 $x(t)$ 波形如下图 1 所示, 求其傅里叶变换的像函数。

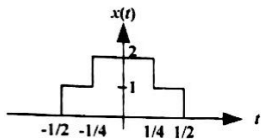


图 1

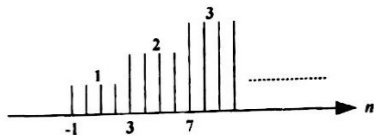


图 2

2. 已知 $x[n]$ 序列波形如图 2 所示, 从 -1 点开始延续到无穷大的有规律数列, 写出其闭合解析表达式, 并求其 Z 变换。

3. 计算一个有限长时间序列 $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{N}n} + \sin(\frac{4\pi}{N}n)$, $0 \leq n < N-1$ 的 N 点 DFT

4. 求 $\frac{e^s}{s(1+e^{-s})}$, $\text{Re}\{s\} > 0$ 的拉普拉斯反变换。

5. 因果连续时间信号 $x(t)$ 的拉普拉斯变换的像函数为 $X(s) = (2s-3)/(s^2+5s+6)$, 试求信号 $x(t)$ 的初值 $\lim_{t \rightarrow 0^+} x(t)$ 和终值 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ 。

6. 已知 $x(t) = \begin{cases} 1/t, & t \neq 0 \\ 0, & t = 0 \end{cases}$, 求 $y(t) = x(t) * x(t)$, 其中 $*$ 表示卷积运算。

7. 已知 $y[n] - \frac{1}{6}y[n-1] - \frac{1}{3}y[n-2] = x[n] - \frac{1}{2}x[n-1] - 3x[n-2]$ 表示的因果 LTI 系统, 请概画出该系统的幅频响应。

8. 如果 $*$ 表示卷积, $@$ 表示相关, 对于任意的满足模可积的两个函数 $x(t)$, $y(t)$, 证明 $[x(t) * y(t)] @ [x(t) * y(t)]$ 与 $[x(t) @ x(t)] * [y(t) @ y(t)]$ 相等



二、由差分方程 $y[n] + 0.75y[n-1] + 0.125y[n-2] = x[n] + 3x[n-1]$ 表示的因果系统。
(共 15 分)

- (1) 对于其描述的 LTI 系统, 求系统函数 $H(z)$, 画出 $H(z)$ 在 z 平面上零极点分布和收敛域; (5 分)
- (2) 已知其附加条件为 $y[0] = 1, y[-1] = -6$, 当输入 $x[n] = (0.5)^n u[n]$ 时, 求系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 和零输入响应 $y_{zi}[n]$ 。(10 分)

三、某 LTI 系统的结构如图 3 所示, 其中 $H_2(s) = \frac{k}{s-1}$, 因果 LTI 子系统 $H_1(s)$ 满足条件: 当子系统 $H_1(s)$ 的输入是 $x_1(t) = 2e^{-3t}u(t)$ 时, 对应 $H_1(s)$ 的子系统输出为 $y_1(t)$; 而在输入为 $x_2(t) = \frac{dx_1(t)}{dt}$ 时, 对应 $H_1(s)$ 的子系统输出为 $-3y_1(t) + e^{-2t}u(t)$; 求: (共 12 分)

- (1) 子系统 $H_1(s)$ 和对应的单位冲激响应函数 $h_1(t)$ (5 分)
- (2) 描述 $x(t)$ 和 $y(t)$ 关系的整个系统的 $H(s)$ (5 分)
- (3) 若要使系统 $H(s)$ 稳定, k 的取值范围 (2 分)

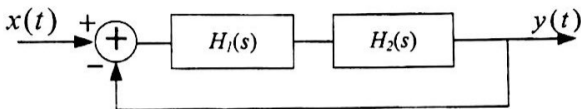


图 3. 系统框图

四、已知实的离散时间因果 LTI 系统的零、极点如图 5 所示, 且它在输入为 $x[n] = \cos(\pi n)$ 时的输出为 $y[n] = (-1)^n$. {提示: 在有限 z 平面上没有零点} (共 15 分)

- (1) 写出它的系统函数 $H(z)$ 和收敛域。(5 分)
- (2) 写出系统的差分方程表示。(3 分)
- (3) 对于差分方程描述的系统, 用并联型和级联型结构实现结构, 要求延时单元不多于 2 个。(4 分)
- (4) 求其单位冲激响应。(3 分)

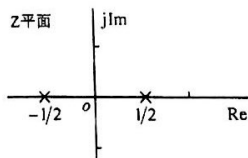


图 4

五、对于如图 5 所示的相乘器, 对信号 $f(t)$ 的傅里叶

变换得到的像函数的形式是 $F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\pi\omega}$

$x(t)$ 是带限于 ω_M 的连续时间信号, 求: (共 10 分)

- (1) 画出 $f(t)$ 的时域波形和频谱图。(5 分)
- (2) 如果希望从 $y(t)$ 中无失真的恢复出 $x(t)$, ω_M 必须满足何种条件。(2 分)
- (3) 在 ω_M 满足无失真恢复的条件下, 请画出由 $y(t)$ 恢复出 $x(t)$ 的示意图。(3 分)

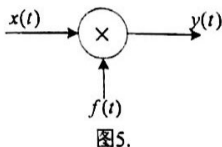


图 5.



1、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱为 $X(j\omega)$ ，那么信号 $x(t)$ 的偶分量 $x_e(t)$ 、奇分量 $x_o(t)$ 各自的频谱与 $X(j\omega)$ 有什么关系？

2、信号 $x(t)$ 为实的因果信号且在 $t=0$ 时不包含 $\delta(t)$ 及其导数项，它的傅里叶频谱按实部虚部表示为 $X(j\omega) = R(j\omega) + jI(j\omega)$ ，请问 $R(j\omega)$ 、 $I(j\omega)$ 各自有何特性？ $R(j\omega)$ 与 $I(j\omega)$ 有何联系？

3、微分方程 $y'(t) + 2y(t) = x(t)$ 描述一个起始松弛的连续时间系统，试求当输入信号 $x(t) = \cos(2t)$ ， $-\infty < t < \infty$ 时系统的输出 $y(t)$ 。

4、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱函数为 $X(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0 \\ j, & \omega < 0 \end{cases}$ ，试求 $x(t)$ 。

5、利用傅里叶变换求 $\int_0^{\infty} \cos(\omega t) d\omega$ 的积分值。

6、试画出信号 $x(t) = \frac{\sin(\pi t/2)}{\pi t} + \frac{\sin(\pi t/2 - \pi)}{\pi t - 2\pi}$ 的幅度频谱曲线 $|X(\omega)|$ 和相位频谱曲线 $\varphi(\omega)$ ，并求出对这个信号进行采样的奈奎斯特间隔 T_s 。

7、试求频率响应为 $H(\omega) = \frac{\omega^2}{5 - \omega^2 + 2j\omega}$ 的连续时间因果 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$ 。

8、已知 $X(z)$ 为序列 $x[n]$ 的 Z 变换， $X(z) = Z\{x[n]\}$ 。试求以下序列的 Z 变换，要求用 $X(z)$ 表达：1) $x[-n]$ ；2) $x^*[n]$ 。



9、已知序列 $x[n] = r^n \sin(\omega_0 n) u[n]$, $-\infty < n < +\infty$ 。求 $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$, 并给出相应的收敛域。

10、试求信号 $x(t) = e^{-\pi t^2}$ 的自相关函数 $R_x(t)$ 、信号 $x(t)$ 的能量 E_x 及其能量谱密度函数 $\psi_x(\omega)$ 。可能利用的数学式: $\int_0^{\infty} e^{-(t/\tau)^2} dt = \sqrt{\pi} \tau / 2$

二、信号 $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha^{|k|} e^{jk(2\pi/T)t}$, $0 < \alpha < 1$ 通过频率响应 $H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < W \\ 0, & |\omega| > W \end{cases}$ 的

LTI 系统。试确定 W 值取多大时, 才能确保系统输出信号 $y(t)$ 的平均功率至少是输入信号 $x(t)$ 平均功率的 80%。 (10 分)

三、已知 $x[n]$ 是周期为 4 的周期序列, 对序列 $x[n]$ 在 $0 \leq n \leq 7$ 做 8 点 DFT 运算, 得到 DFT 系数为: $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = 1$,

$X(1) = X(3) = X(5) = X(7) = 0$ 。试求: (共 15 分)

1. 周期序列 $x[n]$, 并概画出它的序列图形; (5 分)

2. 该周期序列 $x[n]$ 通过单位冲激响应为 $h[n] = (-1)^n \frac{\sin^2(\frac{\pi n}{2})}{\pi^2 n^2}$ 的数字滤波器后的输出 $y[n]$, 并概画出它的序列图形。 (10 分)

四、微分方程 $y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = x''(t) - 3x'(t) + 2x(t)$ 所描述的因果连续时间系统的起始条件为 $y(0_-) = 1, y'(0_-) = -1$ 。 (共 15 分)

1. 试求该微分方程所描述的 LTI 系统的系统函数 $H(s)$, 并画出 $H(s)$ 在 s 平面的零点分布和收敛域; (5 分)

2. 画出该 LTI 系统的幅频响应特性曲线; (2 分)

3. 当输入 $x(t) = e^{-2t} u(t)$ 时, 试求系统的零输入响应 $y_z(t), t \geq 0$ 、零状态响应 $y_w(t), t \geq 0$ 。 (8 分)



1. 求信号 $x(t) = e^{-2t}u(t) + e^{-3t+1}\delta(t)$ 通过微分器的输出信号 $y(t)$ 。
2. 对于长度为 N 的有限长序列 $x[n]$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, 试问对 $x[n]$ 进行 N 点 DFT 运算所得到的序列 $X(k)$ 与 $x[n]$ 的傅里叶频谱 $X(e^{j\Omega})$ 有何关系? 对该序列 $x[n]$ 以周期 N 左右无限延拓构成周期序列 $\tilde{x}[n]$, 试问 $\tilde{x}[n]$ 的傅里叶级数系数 F_k 与 $X(k)$ 有何关系?

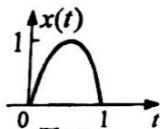


图1.3

3. 试求图 1.3 所示的半波正弦脉冲信号 $x(t)$ 的拉普拉斯变换和傅里叶变换。
4. 对信号 $x(t) = [\sin(5\pi t)/(\pi t)]^2$ 进行采样的奈奎斯特频率 ω_s 和奈奎斯特间隔 T_s 分别是多少?

5. 试求升余弦脉冲信号 $x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\tau} [1 + \cos(\frac{\pi}{\tau}t)], & |t| < \tau \\ 0, & |t| > \tau \end{cases}$ 的频谱。

6. 对于系统函数为 $H(s) = \frac{s+2}{s^2+7s+12}$, $-4 < \text{Re}\{s\} < -3$ 的某一个连续时间 LTI 系统, 求它的单位冲激响应 $h(t)$ 。

7. 试分别求如下拉普拉斯变换和 Z 变换的反变换 $f(t)$ 和 $f[n]$,

$$F(s) = \ln(1 + as^{-1}), \quad a > 0, \quad \text{Re}\{s\} > 0 \quad \text{和} \quad F(z) = \ln(1 + az^{-1}), \quad |z| > |a|$$

8. 已知 $H(z)$ 为一个稳定的因果系统的系统函数, $h[n]$ 为其单位冲激响应。试证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} h[n] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)H(z)$, 给出推导过程。

9. 微分方程 $y'(t) + 3y(t) = 2x(t)$ 描述一个起始松弛的连续时间系统, 试求当输入信号 $x(t) = e^{2t}$, $-\infty < t < \infty$ 时系统的输出 $y(t)$ 。



10. 已知系统的频率响应 $H(j\omega) = \frac{\omega e^{-j(\omega-3\pi/2)}}{10-\omega^2+6j\omega}$, 求它的单位冲激响应 $h(t)$.

二、实序列 $x[n]$ 的离散时间傅里叶变换为 $X(e^{j\Omega})$, 试确定满足下列 4 个条件的序列 $x[n]$: (1) $x[n]$ 在 $n > 0$ 时等于 0; (2) 在 $n=0$ 时 $x[0] > 0$; (3) $\int_0^{2\pi} |X(e^{j\Omega})|^2 d\Omega = 12\pi$; (4) $X(e^{j\Omega}) = \text{Re}[X(e^{j\Omega})] + j \text{Im}[X(e^{j\Omega})]$, 其中 $\text{Im}[X(e^{j\Omega})] = \sin \Omega - \sin(2\Omega)$. (10 分)

三、由差分方程 $y[n] + 0.75y[n-1] + 0.125y[n-2] = x[n] + 3x[n-1]$ 表示的因果系统, 已知其附加条件为 $y[0]=1, y[-1]=-6$. (15 分)

1. 求系统函数 $H(z)$, 画出 $H(z)$ 在 z 平面上零极点分布和收敛域; (5 分)
2. 试画出用最少数目的三种离散时间基本单元 (离散时间数乘器、相加器和单位延时器) 实现该系统的规范型实现结构; (4 分)
3. 当输入 $x[n] = (0.5)^n u[n]$ 时, 求该系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 和零输入响应 $y_{zi}[n]$. (6 分)

四、在图 4 所示的离散时间系统中, 子系统 $H_1(e^{j\Omega})$ 的单位冲激响应为 $h_1[n] = [\sin(\pi n/3) \sin(\pi n/6)] / (\pi n^2)$. (共 15 分)

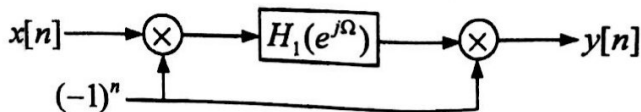


图 4

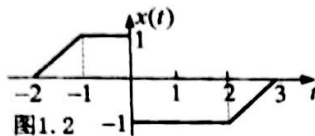
1. 求整个系统的单位冲激响应 $h[n]$; (4 分)
2. 画出整个系统频率响应 $H(e^{j\Omega})$ 的频率响应特性曲线, 并判断它是什么类型 (低通、高通、带通等) 的滤波器; (5 分)
3. 当系统的输入 $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-2k] e^{jkn} + \sum_{k=0}^2 2^{-k} \cos(\pi kn/3) + \sin\left(\frac{(31n-1)\pi}{12}\right)$ 时, 求系统的输出 $y[n]$. (6 分)



1. 试判断下列信号是否是周期信号？若是，给出其基本周期。

1) $x(t) = \cos(3t + \pi/4)$ 2) $x[n] = \cos(\frac{n}{4})\cos(\frac{\pi n}{4})$

2. 已知信号 $x(t)$ 如图 1.2 所示，画出 $x(2 - \frac{t}{2})$ 的波形图和 $\frac{d}{dt}x(t)$ 的波形图。



3. 对于以输入输出关系 $y(t) = e^{2t} \int_{-\infty}^t (e^{-\tau})^2 x(\tau) d\tau$ 描述的系统，判断系统的记忆性、线性、时不变性、因果性、稳定性以及可逆性；如果系统是可逆的，试求它的逆系统的单位冲激响应。

4. 对于起始松弛的离散时间 LTI 系统，当输入为 $x[n] = (0.5)^n u[n]$ 时，系统的输出为 $y[n] = (0.5)^n \{u[n-2] - u[n-5]\}$ ，求系统的单位冲激响应 $h[n]$ 。

5. 已知离散时间因果稳定的 LTI 系统单位冲激响应为 $h[n] = \sum_{k=0}^{\infty} h_k \delta[n-k]$ ，它的逆系统是因果稳定 LTI 系统，其单位冲激响应为 $h_m[n] = \sum_{k=0}^{\infty} g_k \delta[n-k]$ 。试确定 g_k 满足的代数方程并找出计算的递推算法。

6. 求信号 $x(t) = u(t) - u(t-2)$ 与 $y(t) = \cos(\pi t)[u(t) - u(t-2)]$ 的互相关函数 $R_{xy}(t)$ 。

7. 对方程 $y[n] - 0.25y[n-2] = x[n] - x[n-1]$ 和起始条件 $y[-1] = 8, y[-2] = -4$ 表示的离散时间因果系统，用递推方法计算输入 $x[n] = \cos(\pi n/2)u[n]$ 时系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 和零输入响应 $y_{zi}[n]$ ，分别计算前 4 个序列值。



二、某系统当输入 $x(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 时, 输出为 $y(t) = \begin{cases} 1 - \cos \pi t, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 。已知

该系统是因果的连续时间 LTI 系统。试求: (共 16 分)

1. 该系统的单位冲激响应 $h(t)$, 并概画出 $h(t)$ 的波形; (10 分)
2. 试求该系统对于输入信号为 $x_1(t) = u(t) - u(t-1)$ 时系统的响应 $y_1(t)$, 并概画出 $y_1(t)$ 的波形。 (6 分)

三、微分方程 $y'(t) + 2y(t) = x'(t) - x(t)$ 表示因果 LTI 系统。试求: (共 16 分)

1. 该系统的单位冲激响应 $h(t)$ 和单位阶跃响应 $s(t)$; (12 分)
2. 用最少的的基本单元 (积分器、相加器、数乘器) 实现该系统。 (4 分)

四、某系统如图 4 (a) 所示。试求: (共 12 分)

1. 求系统的单位阶跃响应 $s(t)$, 并画出 $s(t)$ 的波形; (6 分)
2. 当系统输入信号 $x(t)$ 如图 4 (b) 所示, 求系统的响应 $y(t)$, 并画出 $y(t)$ 的波形。 (6 分)

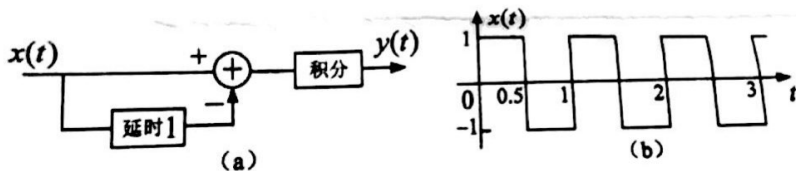


图 4

