

期中小测

问题 1 计算如下两个问题的最优解，并说明为什么 KKT 条件是充要条件：

(1) . (10 分)

$$\min_x \frac{1}{2} \|x - c\|^2, \quad \text{s.t.} \quad a^T x = b. \quad (1)$$

(2) . (20 分)

$$\min_x \frac{1}{2} \|x - c\|^2, \quad \text{s.t.} \quad a^T x \leq b. \quad (2)$$

这里, a, c 是给定的 \mathbb{R}^n 中的向量, b 是给定的实数。

问题 2 考虑如下线性规划问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

- (1). (10 分) 将其写成线性规划标准形式, 并给出一个初始可行基解。
- (2). (20 分) 用单纯性表求解该问题。
- (3). (10 分) 写出该问题标准形式的对偶问题, 利用互补松弛, 给出其对偶问题最优解。

问题 3

给定如图网络,

- (1) (10 分) 对于从 A 出发到达 E 的最短路问题, 写出线性规划问题。
- (2) (20 分) 使用 Dijkstra 算法, 计算 A 到 E 的最短路。

