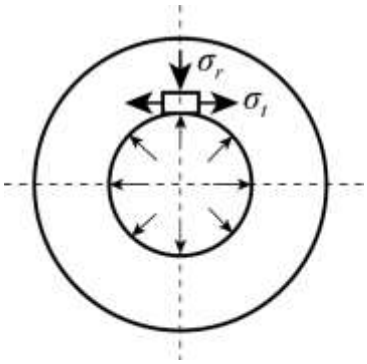
材料力学试题及答案

（总分：100 分；时间：120 分钟）

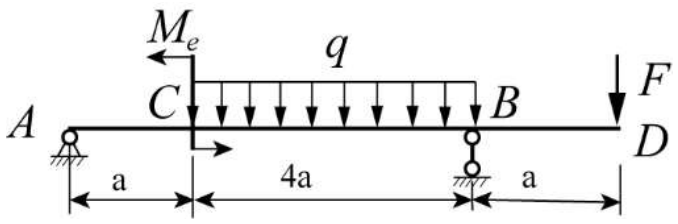
第 1 题

厚壁炮筒横截面如图所示，在危险点处，σ_t=550MPa, σ_r= -350MPa, 另外一个主应力垂直于图面且是拉应力，其大小为 420MPa。试分别按第三、第四强度理论，计算其相当应力。（10 分）



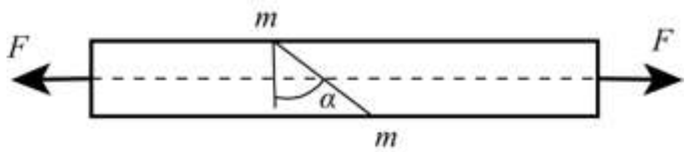
第 2 题

外伸梁受力如图所示。已知 a=2m，集中力 F=20kN，集中力偶 M_e=160kN•m，均布载荷 q=20kN/m，求作剪力图、弯矩图，并确定剪力、弯矩最大值。（10 分）



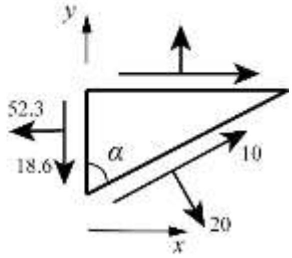
第 3 题

图示拉杆是沿斜截面 m – m 由两部分胶合而成。设在胶合面上许用拉应力[σ]=100MPa，许用切应力[τ]=50MPa，并设杆件的拉力由胶合面的强度控制。试问：为使杆件承受最大拉力 F，α 角的值应为多少？若杆件的横截面面积为 400mm^2，并规定 $\alpha \leq 60^\circ$，试确定许可载荷 F。（10 分）



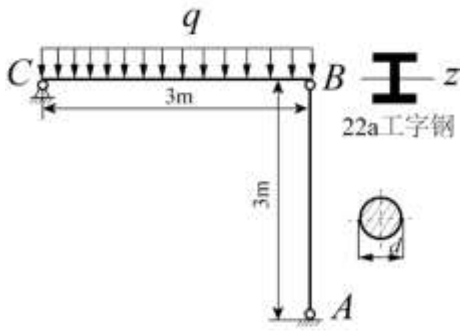
第 4 题

过一点两个截面的应力如图所示，已知 σ_x =52.3MPa, τ_{xy} =-18.6MPa, σ_α =20MPa, τ_α=-10MPa。试利用应力圆求解该点处主应力值和主平面方位，并求出两截面间夹角 α 值。（10 分）



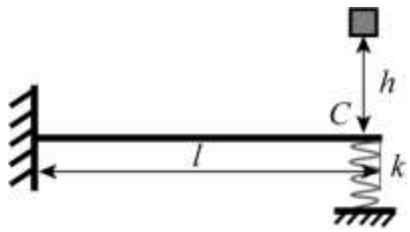
第 5 题

如图所示结构由 AB 杆和 CB 梁组成，杆和梁材料均为 Q235 钢，弹性模量 E=200GPa，σ_p=200MPa，[σ]=160MPa。CB 梁由 22a 工字钢制成。AB 杆两端为球铰支座，直径 d=80mm，规定稳定安全因数 n_{st}=5。试确定许用载荷 q 的值。（22a 工字钢的抗弯界面系数为 309cm^3）（15 分）



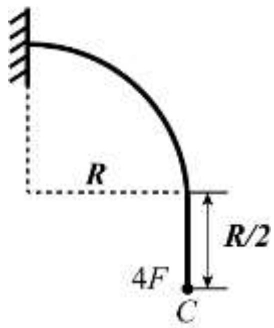
第 6 题

质量为 m 的刚性块儿以零速度从高 h 处落到图中悬臂梁右端，碰撞后不分离，图中弹簧刚度为 k，求悬臂梁右端（C 处）的最大挠度。梁弯曲刚度为 EI。（15 分）



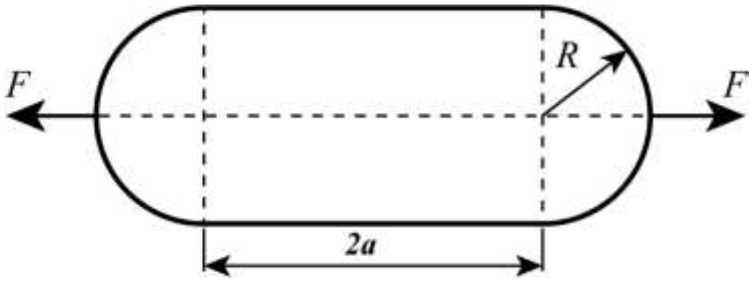
第 7 题

如图所示曲梁，C 点处受到垂直纸面向里的集中力 4F 作用。请用卡式定理求 C 点挠度，忽略剪力和轴力的影响。（15 分）



第 8 题

链条的一环如图所示，试求环内最大弯矩。（15 分）



第 1 题

三个主应力分别为：

$\sigma_1=\sigma_t=550MPa$

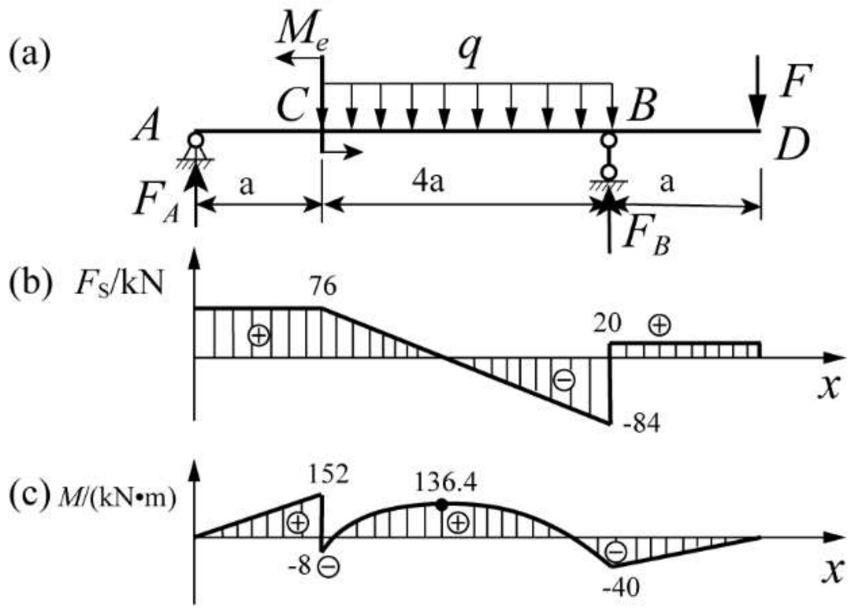
$\sigma_2=420MPa$

$\sigma_3=\sigma_r=-350MPa$

由第三强度理论：$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=900MPa$

由第四强度理论：$\sigma_{r4}=\sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2\right]}=842.6MPa$

第 2 题



求支座反力:$\sum M_B=0\Rightarrow F_A=76kN$

$\sum M_A=0\Rightarrow F_B=104kN$

根据剪力图和弯矩图可得$|F_S|_{\max}=84kN,|M|_{\max}=152kN\bullet m$

第 3 题

按正应力核算

由强度条件：$\sigma_\alpha=\frac{F}{A}\cos^2\alpha\le[\alpha]\Rightarrow F\le\frac{[\alpha]A}{\cos^2\alpha}$

α角在$0\sim60^\circ$范围，因此正应力最大时$F=\frac{[\alpha]A}{\cos^2 60^\circ}=4[\alpha]A$,

考虑此时切应力安全，$\tau=\frac{F}{A}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}\le[\tau]=\frac{1}{2}[\alpha]\Rightarrow F\le1.155[\alpha]A$

所以此时$\alpha=60^\circ$，$F_{\max}=1.155[\alpha]A$

按照切应力核算

由强度条件：$\tau_\alpha=\frac{F}{2A}\sin2\alpha\le[\tau]\Rightarrow F\le\frac{2[\tau]A}{\sin2\alpha}$

α=0°,考虑此时正应力安全，$\sigma=\dfrac{F}{A}\le[\alpha]$

所以此时α=0°，$F_{\max}=[\alpha]A$

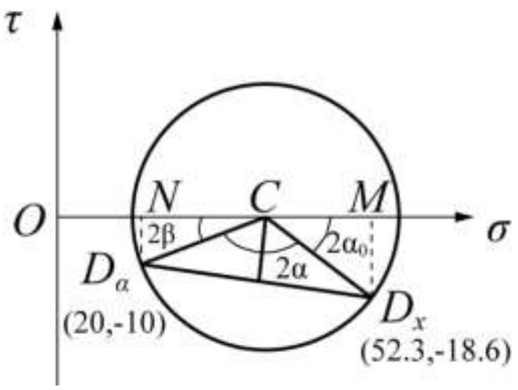
按照正应力和切应力同时达到许用极限核算

$$\tau_\alpha=\frac{F}{2A}\sin 2\alpha\le[\tau]=\frac{1}{2}[\alpha]=\frac{1}{2}\frac{F}{A}\cos^2\alpha$$

$\tan\alpha\le\dfrac{1}{2}\Rightarrow\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$时，$\alpha$=26.6° 此时$F=1.25[\alpha]A$

综上α=26.6°，拉杆承受的载荷F最大，代入数值$F_{\max}$=50kN

第 4 题



做出如图所示应力圆

由图中的几何关系：$R^2=(\overline{OC}-20)^2+10^2=(52.3-\overline{OC})^2+18.6^2$

解得圆心坐标$\overline{OC}$=40MPa,半径R=22.3MPa

求主平面位置 $\tan 2\alpha_0=\dfrac{\overline{MD_x}}{\overline{CM}}=\dfrac{18.6}{52.3-40}=1.512$

解得α_0=28.3°

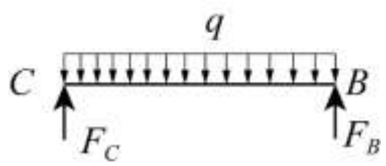
可得主应力为$\sigma_1=\overline{OC}+R$=62.3MPa,$\sigma_2=\overline{OC}-R$=17.7MPa,σ_3=0

求两截面的夹角

$$\sin 2\beta=\frac{\overline{ND_\alpha}}{R}=0.4484\Rightarrow\beta=13.3^\circ$$

$$2\alpha_0+2\alpha+2\beta=180^\circ\Rightarrow\alpha=48.4^\circ$$

第 5 题



由梁的强度确定q

梁的受力分析如图所示，由平衡方程可求得$F_C=F_B=\dfrac{ql}{2}$

进而求得最大弯矩$M_{\max}=\dfrac{ql^2}{8}$

由梁的弯曲强度条件$\sigma_{\max}=\dfrac{M_{\max}}{W}=\dfrac{ql^2}{8W}\le[\sigma]\Rightarrow q\le\dfrac{8W[\sigma]}{l^2}=43.9kN/m$

由杆AB的稳定性条件确定q

压杆AB两端铰支，μ=1，$i=\sqrt{\dfrac{I}{A}}=\sqrt{\dfrac{\pi d^4/64}{\pi d^2/4}}=\dfrac{d}{4}=20mm$

柔度$\lambda=\dfrac{\mu l}{i}=150>\lambda_1=\pi\sqrt{\dfrac{E}{\sigma_p}}=100$

$\sigma_{cr}=\dfrac{\pi^2E}{\lambda^2}=87.7MPa$，$F_{cr}=\sigma_{cr}A=\sigma_{cr}\pi d^2/4=441kN$

杆所受的压力$F_A=F_B=\dfrac{ql}{2}$

由压杆的稳定性条件$n=\dfrac{F_{cr}}{F_A}=\dfrac{2F_{cr}}{ql}\ge n_{st}\Rightarrow q\le\dfrac{2F_{cr}}{n_{st}l}=58.8kN/m$

所以许可载荷为$[q]=43.9kN/m$

第 6 题

此为超静定结构，变形协调条件为悬臂梁在C点的挠度等于弹簧的伸缩量

物体静载作用于C点时

$\omega_C+\Delta_{弹簧}=0$

设弹簧的作用力为F

$\omega_C=-\dfrac{(mg-F)l^3}{3EI}$

又有$F=k\Delta_{弹簧}$,则

$$-\frac{(mg-F)l^3}{3EI}+\frac{F}{k}=0\Rightarrow F=\frac{mgl^3}{3EI}\Big/(\frac{1}{k}+\frac{l^3}{3EI})$$

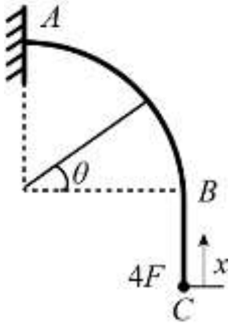
$$\Rightarrow\omega_C=-\Delta_{弹簧}=-\frac{F}{k}=-\frac{mgl^3}{3EI}\Big/(1+\frac{kl^3}{3EI})$$

$$K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}},\Delta_{st}=|\omega_C|$$

$$\omega_{C动载}=K_d\omega_C=\left[-\frac{mgl^3}{3EI}\Big/(1+\frac{kl^3}{3EI})\right](1+\sqrt{1+\frac{2h}{\frac{mgl^3}{3EI}\Big/(1+\frac{kl^3}{3EI})}})$$

$=-\dfrac{mgl^3}{3EI+kl^3}(1+\sqrt{1+\dfrac{2h(3EI+kl^3)}{mgl^3}})$,方向竖直向下

第 7 题



$$\omega_C=\frac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$$

CB段：弯矩$M_1(x)$=-$4Fx,\dfrac{\partial M_1(x)}{\partial(4F)}=-4x,$

扭矩T_1=0,$\dfrac{\partial T_1}{\partial(4F)}=0,$

BA段：弯矩$M_2(\theta)$=-$4FR\sin\theta-2FR\cos\theta,\dfrac{\partial M_2(\theta)}{\partial(4F)}=-R\sin\theta-\dfrac{1}{2}R\cos\theta,$

扭矩$T_2(\theta)$=-$4FR(1-\cos\theta)-2FR\sin\theta,\dfrac{\partial M_2(\theta)}{\partial(4F)}=$-$R(1-\cos\theta)-\dfrac{1}{2}R\sin\theta,$

由卡氏第二定理$\omega_C=\dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}=\displaystyle\int_l\frac{M(x)}{EI}\frac{\partial M(x)}{\partial F}dx+\int_l\frac{T(x)}{GI_p}\frac{\partial T(x)}{\partial F}dx,$

又因为横截面尺寸远小于曲梁半径，所以有$dx=Rd\theta,$代入

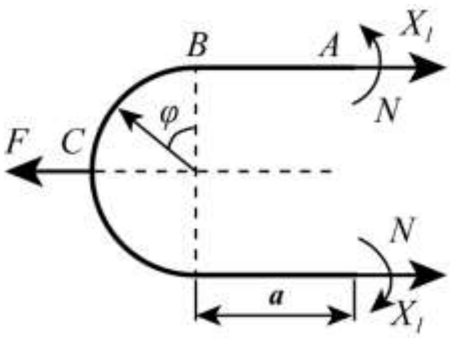
$$\omega_C=\frac{1}{EI}\int_0^{\frac{R}{2}}(\text{-}4Fx)(-F)dx+\frac{1}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\text{-}4FR\sin\theta-2FR\cos\theta)(-R\sin\theta-\frac{1}{2}R\cos\theta)Rd\theta$$

$$+\frac{1}{GI_p}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\text{-}4FR(1-\cos\theta)-2FR\sin\theta)(\text{-}R(1-\cos\theta)-\frac{1}{2}R\sin\theta)Rd\theta$$

$$=\frac{FR^3}{6EI}+(\frac{5\pi}{4}+2)\frac{FR^3}{EI}+(\frac{13\pi}{4}-6)\frac{FR^3}{GI_p}$$

$$=(\frac{5\pi}{4}+\frac{13}{6})\frac{FR^3}{EI}+(\frac{13\pi}{4}-6)\frac{FR^3}{GI_p}$$

第 8 题



根据结构和载荷的对称性可知，在对称面上反对称内力为零

取左半部分研究，如图，在截面处代之以约束反力轴力N和弯矩X_1

可得$N=\dfrac{F}{2}$，简化为一次静不定问题

有$\delta_{11}X_1+\Delta_{1F}=0$

写出各段在外载荷及单位载荷作用下的力矩方程，如

AB段：$M(x)=0,\overline{M}(x)=1$

BC段：$M(\varphi)=-\dfrac{F}{2}R(1-\cos\varphi),\overline{M}(\varphi)=1$

则:$\delta_{11}=\dfrac{1}{EI}(a\times1\times1+\dfrac{\pi}{2}\times R)=\dfrac{2a+\pi R}{2EI}$

$$\Delta_{1F}=\frac{1}{EI}\left[\int_0^a 0\times1\times dx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}(-\frac{FR}{2})(1-\cos\varphi)Rd\varphi\right]=-\frac{FR^2}{2EI}(\frac{\pi}{2}-1)$$

代入有X_1=-$\dfrac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}=\dfrac{FR^2(\pi-2)}{2(2a+\pi R)}$

环内最大弯矩$M_{\max}$=X_1-$\dfrac{FR}{2}=-FR(\dfrac{R+a}{\pi R+2a})$