

## 2021 年春季学期“计算机应用数学”期末考试题（回忆版）

### 一、填空题（每题 4 分，共 16 分，答案直接写在卷面横线上）

1.  $X$  与  $Y$  独立,  $\text{Var}(X) = 6$ ,  $\text{Var}(Y) = 3$ , 则  $\text{Var}(3X-2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. 判断以下说法是否正确（正确打√, 错打×）: 概率为 0 的事件一定不可能发生  $\underline{\hspace{2cm}}$ ; logit 的取值范围是  $[-\infty, +\infty]$   $\underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 100 个独立工作（工作的概率为 0.9）的部件组成一个系统, 则系统中至少有 85 个部件工作的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 设双胞胎中为两个男孩和两个女孩的概率分别为  $a$  及  $b$ , 今已知双胞胎中一个是男孩, 则另一个也是男孩的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 二、解答与证明题（每题 12 分，共 84 分，答案写在答题纸上，答题纸上记得写上姓名、学号）

1. 设  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy, & 0 < y < 2x, 0 < x < 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) 求常数  $c$ ;
  - (2) 求概率  $P(X+Y < 1)$ ;
  - (3) 求  $X, Y$  的边缘密度函数. 二者是否独立?
2. 设  $X, Y$  的协方差矩阵为  $\Sigma = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$ , 求相关矩阵  $R$ （需给出计算过程）.
  3. 简述利用生日攻击的原理伪造合同签名的过程.
  4. 对于任意两个向量  $|\alpha\rangle$  和  $|\beta\rangle$ , 证明:
    - (1)  $|\langle\alpha|\beta\rangle|^2 \leq \langle\alpha|\alpha\rangle\langle\beta|\beta\rangle$ ;
    - (2)  $\| |\alpha\rangle + |\beta\rangle \| \leq \| |\alpha\rangle \| + \| |\beta\rangle \|$ .
  5. 求  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  的一个奇异值分解.
  6. 计算  $\sum_{k=1}^n k^3$ .
  7. 写出泡利阵  $X, Y, Z$ . 求矩阵  $U = \frac{Z-X}{\sqrt{2}}$  的谱分解.