

2021 年春季学期“计算机应用数学”期末考试题（回忆版）

一、填空题（每题 4 分，共 16 分，答案直接写在卷面横线上）

1. X 与 Y 独立, $\text{Var}(X) = 6$, $\text{Var}(Y) = 3$, 则 $\text{Var}(3X-2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 判断以下说法是否正确（正确打√，错打×）：概率为 0 的事件一定不可能发生 ; logit 的取值范围是 $[-\infty, +\infty]$.
3. 100 个独立工作（工作的概率为 0.9）的部件组成一个系统，则系统中至少有 85 个部件工作的概率为 .
4. 设双胞胎中为两个男孩和两个女孩的概率分别为 a 及 b , 今已知双胞胎中一个是男孩, 则另一个也是男孩的概率为 .

二、解答与证明题（每题 12 分，共 84 分，答案写在答题纸上，答题纸上记得写上姓名、学号）

1. 设 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy, & 0 < y < 2x, 0 < x < 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) 求常数 c ;
(2) 求概率 $P(X+Y < 1)$;
(3) 求 X, Y 的边缘密度函数. 二者是否独立?
2. 设 X, Y 的协方差矩阵为 $\Sigma = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$, 求相关矩阵 R (需给出计算过程) .
3. 简述利用生日攻击的原理伪造合同签名的过程.
4. 对于任意两个向量 $|\alpha\rangle$ 和 $|\beta\rangle$, 证明:
 - (1) $|\langle\alpha|\beta\rangle|^2 \leq \langle\alpha|\alpha\rangle\langle\beta|\beta\rangle$;
 - (2) $\|\alpha\rangle + |\beta\rangle\| \leq \|\alpha\rangle\| + \|\beta\rangle\|$.
5. 求 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的一个奇异值分解.
6. 计算 $\sum_{k=1}^n k^3$.
7. 写出泡利阵 X, Y, Z . 求矩阵 $U = \frac{Z - X}{\sqrt{2}}$ 的谱分解.