# 天体物理概论

# 期末总结

Cc-Ruike

# 绪论：天体物理的基本概念、物理量与测量

1. 几种衡量亮度的单位.

① 光度 luminosity. $L=\frac{dE}{dt}$，单位：$W = 10^7\ erg/s$

单色光度 spectral luminosity：$L_\lambda$, $L_\nu$. 注意 $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2}d\nu$.

② 辐流密度 flux density.

(对应星等)

$$f=\frac{dL}{dA}\ [erg\cdot s^{-1}\cdot cm^{-2}].$$

同样有 $f_\lambda$、$f_\nu$.

射电天文：Jansky 单位. $1\ Jy = 10^{-23}\ erg\cdot s^{-1}\cdot cm^{-2}\cdot Hz^{-1}$.

③ 强度 Intensity.

$$I=\frac{dE}{(\cos\theta) dA\ \underline{d\Omega}\ dt}\ [erg\cdot s^{-1}\cdot cm^{-2}\cdot \underline{sr^{-1}}]$$

相应有 $I_\lambda$, $I_\nu$.

(对应星等/平方角秒).

强度与距离无关 ⟶ Olbert 佯谬.

④ 能量密度 energy density.

$$u=\frac{dE}{dV}\ [erg\cdot cm^{-3}].$$

$u_\lambda$, $u_\nu$.

$$\underline{u=\frac{1}{c}\oint I\, d\Omega=\frac{4\pi}{c}J}.$$

其中平均强度 $J=\frac{1}{4\pi}\oint I\, d\Omega$.

⑤ 辐射压 radio pressure

$$p=\frac{4\pi}{3c}I=\frac{1}{3}u.$$ (各向同性).

$$\begin{cases}\text{完全吸收：} p=\frac{f}{c}\cos\theta \\ \text{完全反射：} p=\frac{2f}{c}\cos\theta.\end{cases}$$

⑥ 星等：略. 星等与 $f$ 直接对应. $M = m + 5 - 5\lg r(pc)$.

注意空间的亮度的基于特定滤光片.

100倍：5等.
10pc处，$M=m$.

2、温度的测量方法：

① 色指数：两种测光手段下的星等相差. → 经验公式. → 色温度

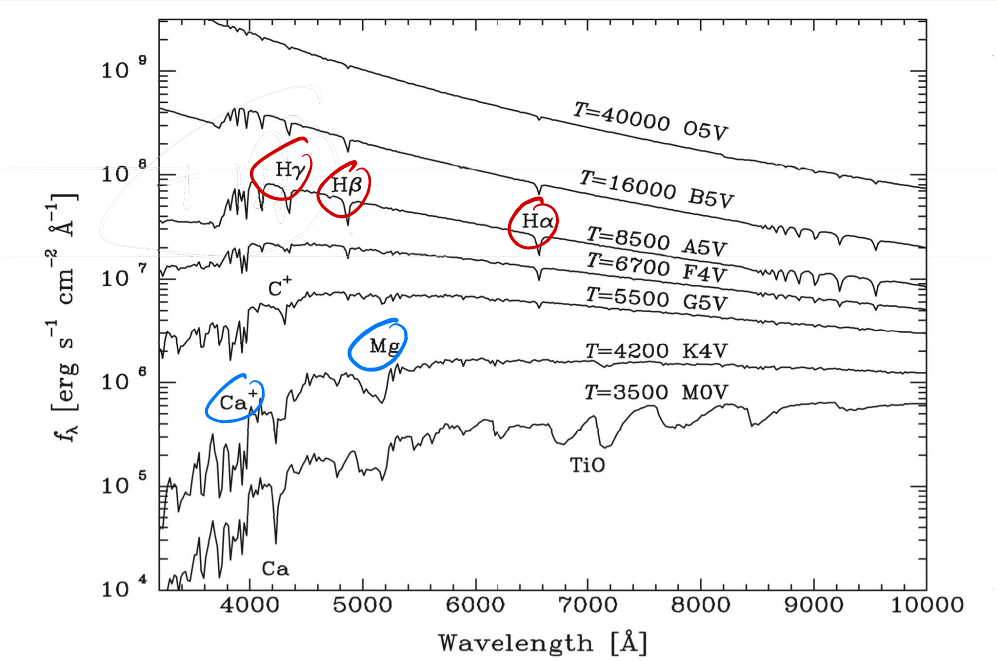
② 利用光谱中两个波长的亮度比值. → 有效温度

○ 不可用在低频尾巴，因为 { Wein: $\frac{2h\nu^3}{c^2}e^{-\frac{h\nu}{kT}}$
Rayleigh-Jeans: $\frac{2\nu^2}{c^2}kT$.

③ 看谱线中的吸收特征.

H线：A star最强 { T足以产生Balmer系.
T不至于产生太多HII，从而散射拉到低.

金属线：T越低越强. T低至M时产生分子线.



光谱特征的成因
- 本质上说，是由于不同元素原子的激发、电离程度随温度的高低而不同
- 具有较高电离能的元素谱线一定出现在较高温度的光谱型中
- 但谱线强度随温度先增强后减弱
  - 因为温度不太高时，温度上升使激发态原子比例增大
  - 但当温度过高时，虽然激发态比例持续增大，但是中性原子减少（电离作用），因此激发态原子的绝对数量反而减少

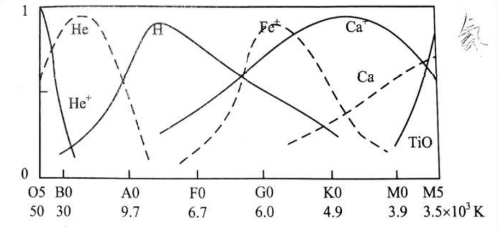
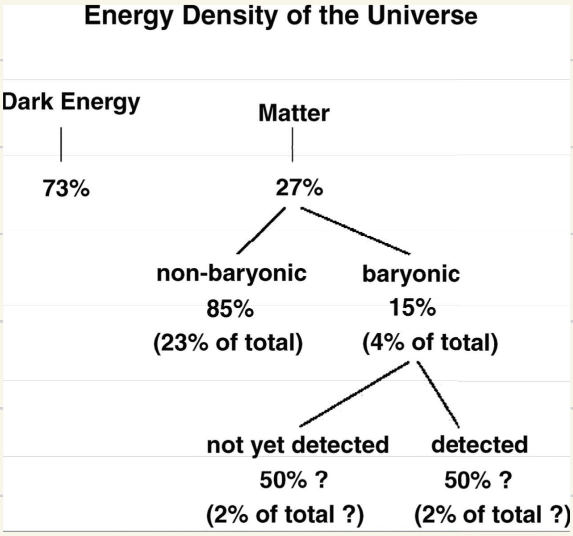


图 2.6 几种典型原子（离子）谱线的相对强度与光谱型的关系

○恒星的后期中，需对每星的专门分析.

3、距离的测量方法：作业中已详述，略.

4、matter essentials:



Energy Density of the Universe

Dark Energy 73%

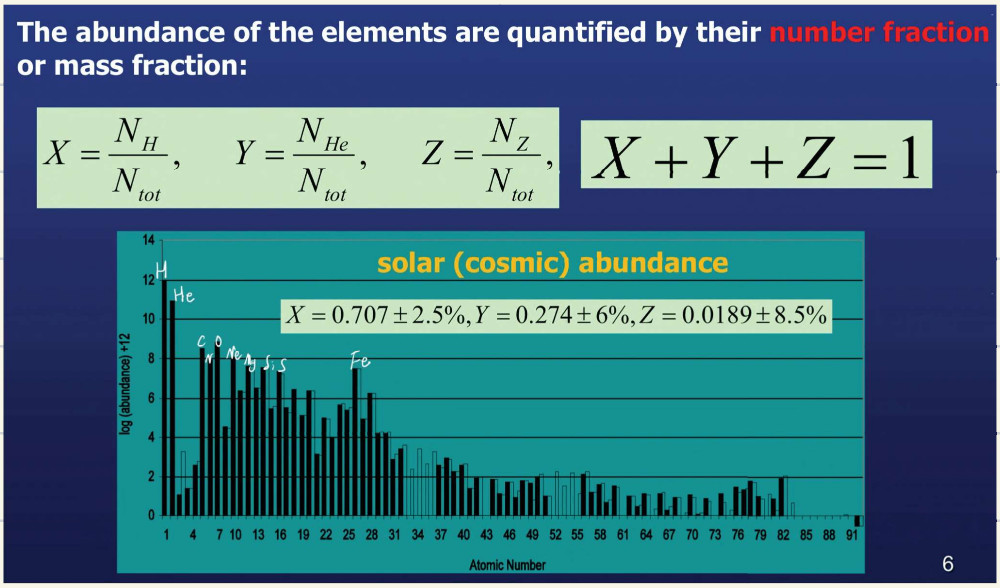
Matter 27%

non-baryonic 85% (23% of total)

baryonic 15% (4% of total)

not yet detected 50% ? (2% of total ?)

detected 50% ? (2% of total ?)



The abundance of the elements are quantified by their number fraction or mass fraction:

$$X=\frac{N_H}{N_{tot}},\quad Y=\frac{N_{He}}{N_{tot}},\quad Z=\frac{N_Z}{N_{tot}},\qquad X+Y+Z=1$$

solar (cosmic) abundance

$X=0.707\pm2.5\%, Y=0.274\pm6\%, Z=0.0189\pm8.5\%$

原初核合成后的丰度：
$X=0.77,\ Y=0.23,\ Z=$痕量.

- 暗物质的证据：
  - 星系旋转曲线
  - 引力透镜
  - 子弹星系团
  - 大尺度结构的形成

- 气体的状态与分布.

Maxwell速率分布：$f(v)=4\pi v^2\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$.

$\therefore\ v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m}},\quad \bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}},\quad v_{rms}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$.

理想气体：$P_p=nkT=\frac{\rho}{\mu m_H}kT$.　　辐射压有 $P_r=\frac{1}{3}u$.

其中 $\mu=\frac{\langle m\rangle}{m_H}=\begin{cases}\dfrac{1}{X+\frac{Y}{4}+\frac{Z}{A_n}} & \text{(非电离)}\\[2ex] \dfrac{1}{2X+\frac{3Y}{4}+\frac{Z}{2}} & \text{(电离)}\end{cases}$.

Boltzman分布 $\frac{N_n}{N}=\frac{g_n}{U}e^{-\frac{\Delta G}{kT}}$. 配分函数 $U=\sum_{n=1}^{n_{max}} g_n e^{-\frac{\Delta G_n}{kT}}$.

$g_n$由统计权重. 对H, $g_n=n^2$.

对T<3万K的H, $U=g_1=2$.

Saha方程: $\frac{N_{k+1}}{N_k}=\frac{2U_{k+1}}{n_eU_k}\left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)e^{-\frac{\chi_k}{kT}}$.

对H, $\chi_{HI}=13.6eV$, $U_{HI}=2$, $U_{HII}=1$. 令 $T_5=\frac{T}{1\times10^5}K$.

$$\therefore \frac{N_{HII}}{N_{HI}}=2.41\times10^{15}\frac{T^{\frac{3}{2}}}{n_e}e^{-\frac{1.58}{T_5}}.$$

- 气体与尘埃.

通过消光曲线探测, 气体的消光曲线是离散的, 而尘埃是连续的.

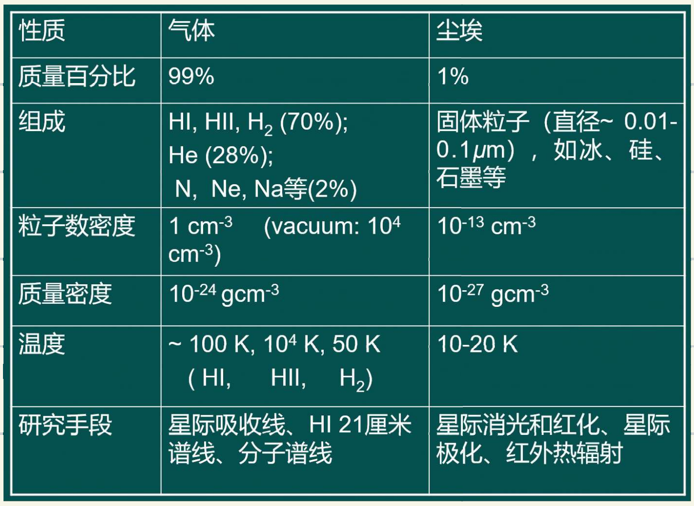
用高分辨率光谱仪可区分.

尘埃的大小: $n(a)\sim a^{-q}$. $a\sim0.005-0.25\mu m$, $q\sim3.5$.

成分: 多环CH化合物(PAHs), $SiO_2$, $CH_4$, $H_2O$, $NH_3$, …

有利于分子形成.

星际介质的详细总结:



| 性质 | 气体 | 尘埃 |
|---|---|---|
| 质量百分比 | 99% | 1% |
| 组成 | HI, HII, $H_2$ (70%);<br>He (28%);<br>N, Ne, Na等(2%) | 固体粒子（直径~ 0.01-0.1μm），如冰、硅、石墨等 |
| 粒子数密度 | 1 $cm^{-3}$ (vacuum: $10^4$ $cm^{-3}$) | $10^{-13}$ $cm^{-3}$ |
| 质量密度 | $10^{-24}$ $gcm^{-3}$ | $10^{-27}$ $gcm^{-3}$ |
| 温度 | ~ 100 K, $10^4$ K, 50 K<br>( HI, HII, $H_2$) | 10-20 K |
| 研究手段 | 星际吸收线、HI 21厘米谱线、分子谱线 | 星际消光和红化、星际极化、红外热辐射 |

小结：星际气体的主要性质

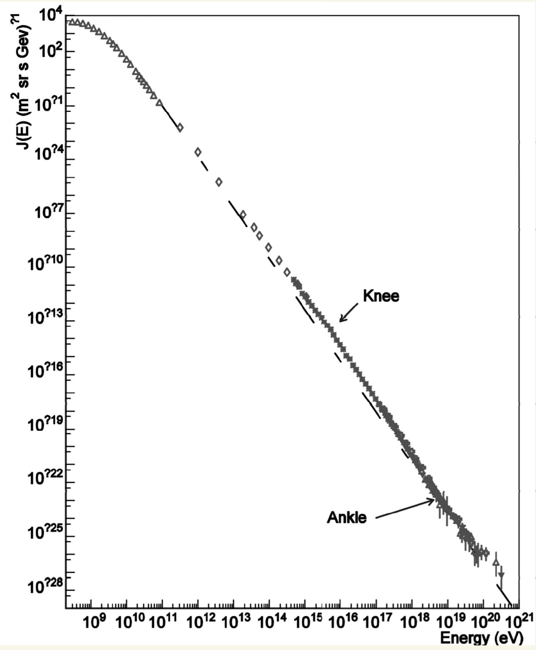
| 成分 | 观测证据 | 温度 (K) | 密度 ($cm^{-3}$) | 质量百分比 |
|---|---|---|---|---|
| HI 区 | 21厘米谱线,<br>紫外吸收线 | 50-100 | 1-50 | 40% |
| 分子云 | 红外辐射，紫外吸收线，CO射电和红外辐射 | 10-50 | $10^2$-$10^9$ | 40% |
| HII 区 | 光学和红外发射线，射电连续辐射 | $10^4$ | 10-$10^4$ | 极少 |
| 云际气体 | 21厘米谱线 | 7,000-$10^4$ | 0.2-0.3 | 20% |
| 云际冕气 | X射线 (OVI) 辐射 | $10^6$ | $10^{-4}$-$10^{-3}$ | 0.1% |

- 宇宙线：1912年发现，1936年NP.

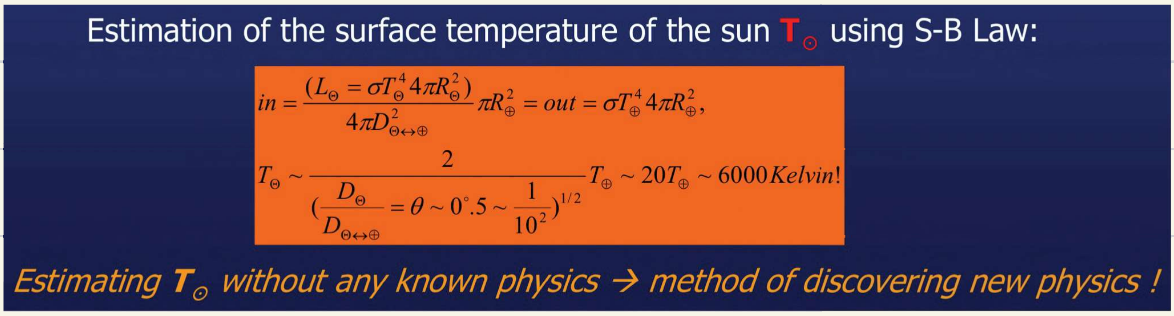
成分：$H^+$ 87%，$He^{2+}$ 12%，

$Z^{2+}$ 1%；$e^{-/+}$ 2%.

能谱：$J(E)=KE^{-\gamma}$.



S. radiation essentials.



Estimation of the surface temperature of the sun $T_\odot$ using S-B Law:

$$in=\frac{(L_\Theta=\sigma T_\Theta^4 4\pi R_\Theta^2)}{4\pi D_{\Theta\leftrightarrow\oplus}^2}\pi R_\oplus^2=out=\sigma T_\oplus^4 4\pi R_\oplus^2,$$

$$T_\Theta\sim\frac{2}{\left(\frac{D_\Theta}{D_{\Theta\leftrightarrow\oplus}}=\theta\sim0^\circ.5\sim\frac{1}{10^2}\right)^{1/2}}T_\oplus\sim20T_\oplus\sim6000\,Kelvin!$$

*Estimating $T_\odot$ without any known physics → method of discovering new physics !*

天体物理中的辐射机制：

- 辐射
  - 连续谱
    - 热辐射
    - 韧致辐射 (bremsstrahlung, free-free)
    - 自由跃迁 (recombination, free-bound)
    - 双光子辐射 (多发于低密度的电离星云)
    - 同步/回旋辐射 (synchrotron/cyclotron)
    - 逆Compton散射 (星系团中的Sunyaev-Zeldovich效应)
  - 分立谱：束缚跃迁 (Einstein系数)

谱线展宽机制：① 自然展宽：不确定性关系.

② Doppler 致宽
- 热运动：x km/s ← 可由去面y线太气层间接导致,
- 宏观运动：xxx km/s.

## 6. 辐射转移:

$$dI_\nu = dI_{\nu,\mathrm{loss}} + dI_{\nu,\mathrm{gain}} = -\alpha_\nu I_\nu dr + j_\nu dr.$$

吸收. 源函数 $S_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}$

$$\therefore I_\nu = I_{\nu 0} e^{-\tau_\nu} + S_\nu (1-e^{-\tau_\nu}).$$

$\tau_\nu \gg 1$: $I_\nu = S_\nu$.

$\tau_\nu \ll 1$: $I_\nu = I_{\nu 0}(1-\tau_\nu) + S_\nu \tau_\nu$.

LTE下: $S_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} = B_\nu(T)$.

$$I_\nu = I_{\nu 0} e^{-\tau_\nu} + B_\nu(T)(1-e^{-\tau_\nu}).$$

恒星中光子的径迹: Thomson截面 $\sigma_T = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 = 6.7\times10^{-25}\,\mathrm{cm}^2$.

$\therefore$ 平均自由程 $l_{T} = \frac{1}{n_e \sigma_T} \simeq 2\,\mathrm{cm}$.

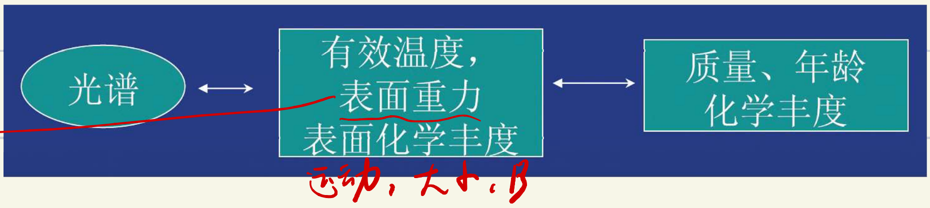
由 $D = \sqrt{N}\, l$, $N = \frac{r_\odot^2}{l_{T}^2}$ $\therefore t_{rw} = \frac{r_\odot^2}{l c} \sim 50\,\mathrm{kyr}$.

光在日中逃出的时间.

# 恒星的结构

一新一标：Photometry + Spectroscopy.

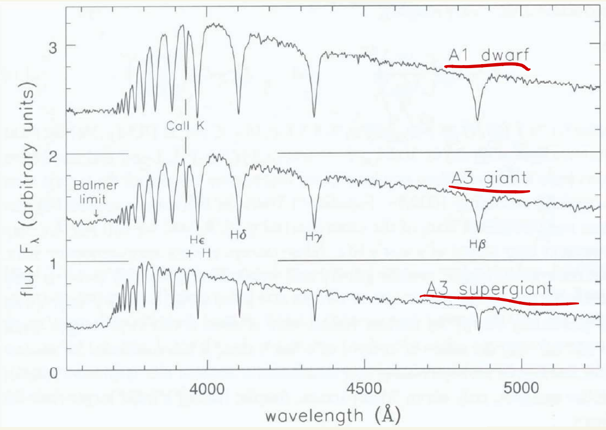
光度



运动，大小，B

吸收线的展宽：g 可导致表面大气密度与压强的变化，从而影响谱线展宽。

表面g越大，大气越厚、展宽。
故同一谱线展宽更多。



## ☆恒星结构基本方程：

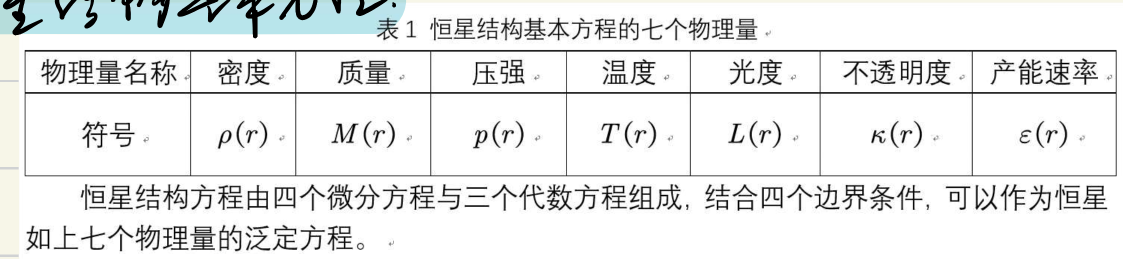
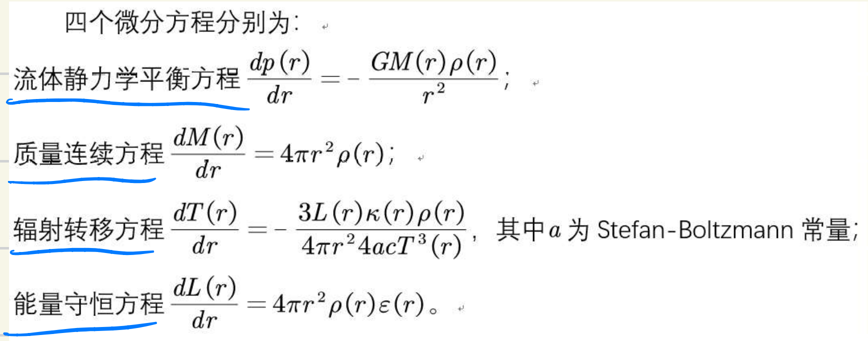


表 1 恒星结构基本方程的七个物理量

| 物理量名称 | 密度 | 质量 | 压强 | 温度 | 光度 | 不透明度 | 产能速率 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 符号 | $\rho(r)$ | $M(r)$ | $p(r)$ | $T(r)$ | $L(r)$ | $\kappa(r)$ | $\varepsilon(r)$ |

恒星结构方程由四个微分方程与三个代数方程组成，结合四个边界条件，可以作为恒星如上七个物理量的泛定方程。



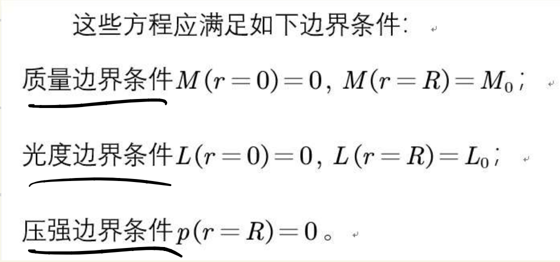
四个微分方程分别为：

流体静力学平衡方程 $\dfrac{dp(r)}{dr}=-\dfrac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$；

质量连续方程 $\dfrac{dM(r)}{dr}=4\pi r^2\rho(r)$；

辐射转移方程 $\dfrac{dT(r)}{dr}=-\dfrac{3L(r)\kappa(r)\rho(r)}{4\pi r^2 4acT^3(r)}$，其中 $a$ 为 Stefan-Boltzmann 常量；

能量守恒方程 $\dfrac{dL(r)}{dr}=4\pi r^2\rho(r)\varepsilon(r)$。

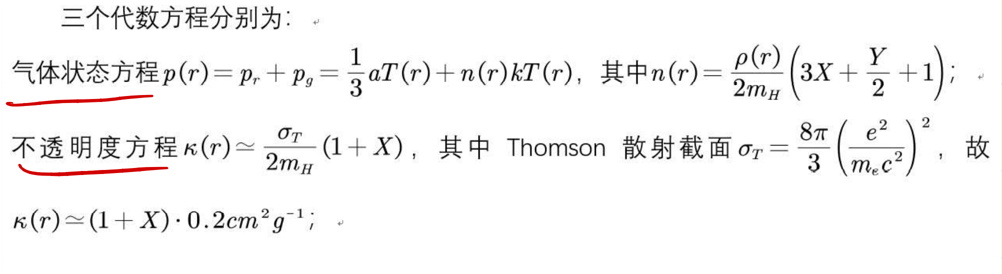


这些方程应满足如下边界条件：

质量边界条件 $M(r=0)=0$，$M(r=R)=M_0$；

光度边界条件 $L(r=0)=0$，$L(r=R)=L_0$；

压强边界条件 $p(r=R)=0$。



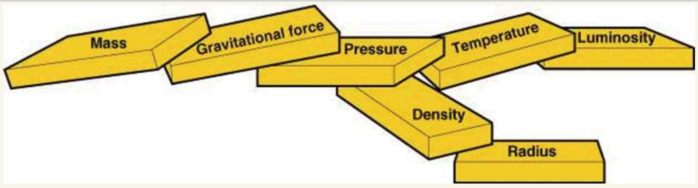
三个代数方程分别为：

气体状态方程 $p(r)=p_r+p_g=\dfrac{1}{3}aT(r)+n(r)kT(r)$，其中 $n(r)=\dfrac{\rho(r)}{2m_H}\left(3X+\dfrac{Y}{2}+1\right)$；

不透明度方程 $\kappa(r)\simeq\dfrac{\sigma_T}{2m_H}(1+X)$，其中 Thomson 散射截面 $\sigma_T=\dfrac{8\pi}{3}\left(\dfrac{e^2}{m_e c^2}\right)^2$，故 $\kappa(r)\simeq(1+X)\cdot 0.2cm^2g^{-1}$；

核反应产能率方程 $\varepsilon(r)=\varepsilon(T,p,\rho,X,Y,Z)$。← nutshell 上的说明.

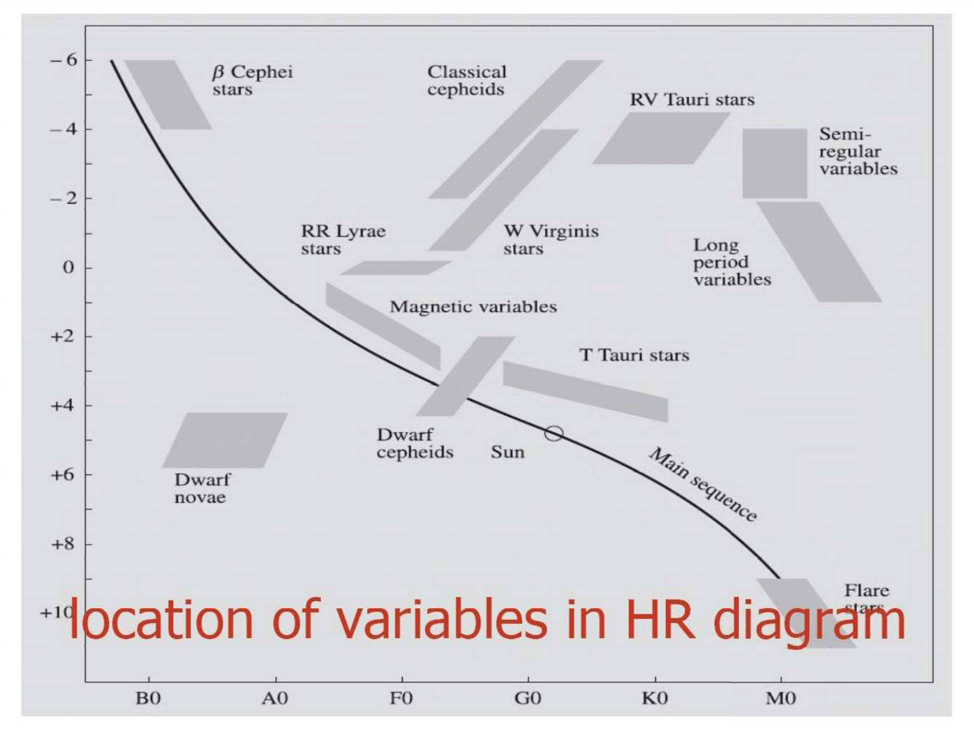
determinant：质量.



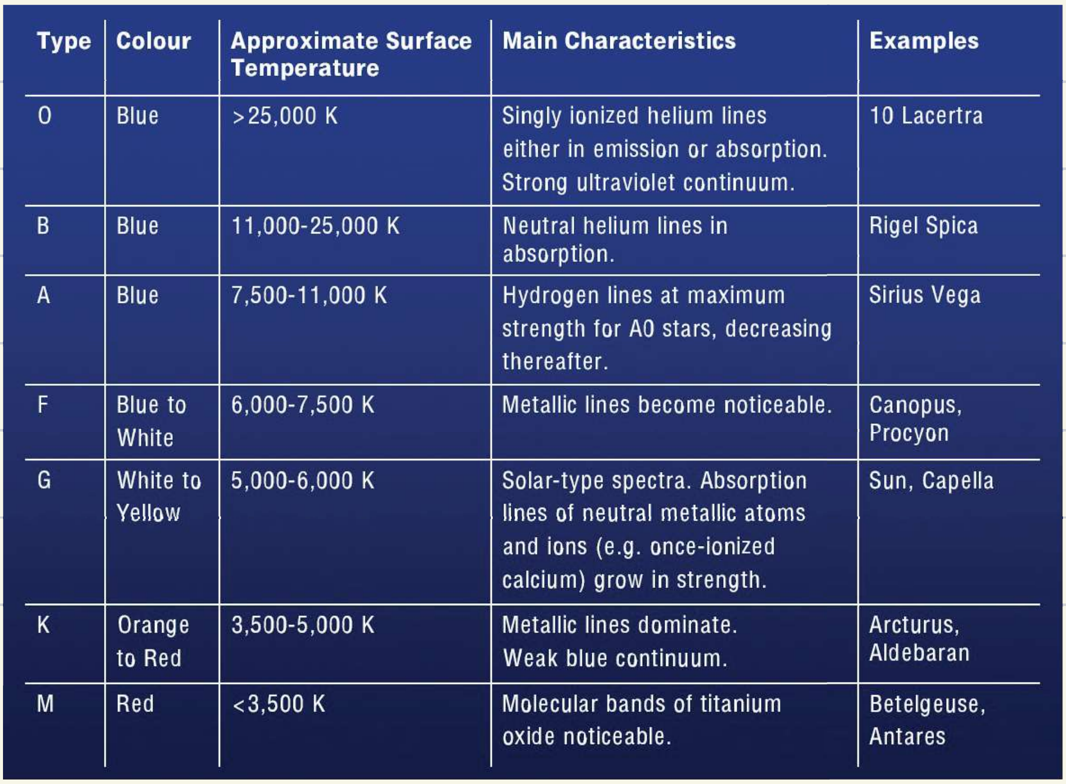
核反应
- p-p chain: $T < 3\times10^7 K$, ~ $M_\odot$.
- CNO chain: $M \geq 1.2 M_\odot$.
- 3α 反应: $T > 10^8 K$. ($^4He + ^4He \rightarrow ^8Be$. $^8Be + ^4He \rightarrow ^{12}C + \gamma$)
- 更高阶段: C, O, Si 燃烧 → Fe.

比Fe更重的元素的形成: 快中子俘获, 中子星合并.

H-R 图:



location of variables in HR diagram



| Type | Colour | Approximate Surface Temperature | Main Characteristics | Examples |
|---|---|---|---|---|
| O | Blue | >25,000 K | Singly ionized helium lines either in emission or absorption. Strong ultraviolet continuum. | 10 Lacertra |
| B | Blue | 11,000-25,000 K | Neutral helium lines in absorption. | Rigel Spica |
| A | Blue | 7,500-11,000 K | Hydrogen lines at maximum strength for A0 stars, decreasing thereafter. | Sirius Vega |
| F | Blue to White | 6,000-7,500 K | Metallic lines become noticeable. | Canopus, Procyon |
| G | White to Yellow | 5,000-6,000 K | Solar-type spectra. Absorption lines of neutral metallic atoms and ions (e.g. once-ionized calcium) grow in strength. | Sun, Capella |
| K | Orange to Red | 3,500-5,000 K | Metallic lines dominate. Weak blue continuum. | Arcturus, Aldebaran |
| M | Red | <3,500 K | Molecular bands of titanium oxide noticeable. | Betelgeuse, Antares |

O
B
A
F
G — R
K — S
M — N
R N 碳星
S 伴随重金属吸收带.

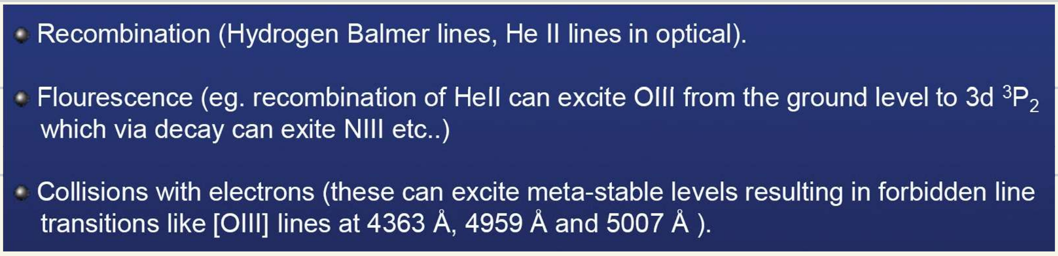
而每种又依温度分为10个次型.
太阳为G2.

- HII区与Strömgren球：大质量的O星，电离HI区，pc尺度.

HII区：$n = 10 \sim 10^4\ \mathrm{cm^{-3}}$，$T \sim 10^4\ K$.

详细计算已给出. 关键：$\dot{N}_{recomb} = \dot{N}_{OB}$.

*谱线发射线的机制：



- Recombination (Hydrogen Balmer lines, He II lines in optical).
- Flourescence (eg. recombination of HeII can excite OIII from the ground level to 3d $^3P_2$ which via decay can exite NIII etc..)
- Collisions with electrons (these can excite meta-stable levels resulting in forbidden line transitions like [OIII] lines at 4363 Å, 4959 Å and 5007 Å ).

- 双星轨道的观测：

掩食双星

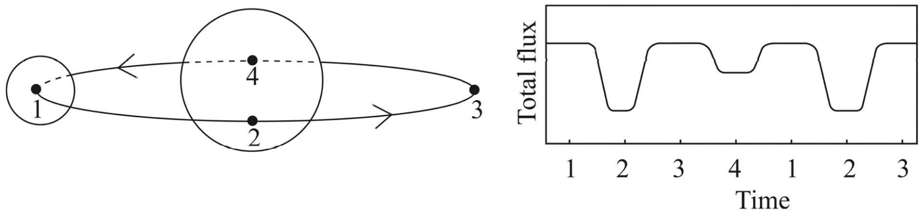


**Figure 2.7** Schematic view of an eclipsing binary system (*left*), and its total brightness as a function of time (*right*). Numbers indicate the corresponding points on the orbit and in the so-called light curve.

双谱线分光双星

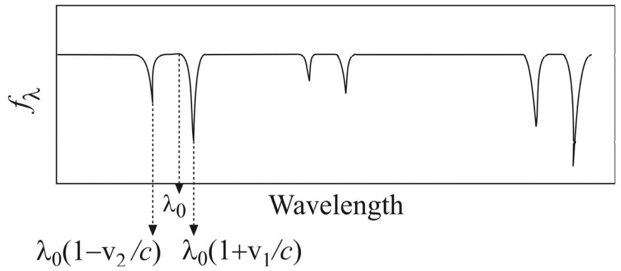


**Figure 2.8** Schematic example of the spectrum of a double-lined spectroscopic binary. Each of the absorption lines in the spectrum appears twice, Doppler-shifted to longer and shorter wavelengths, respectively, as a result of the orbital motion of the binary members about their center of mass. During the orbital period, each absorption line oscillates back and forth about the restframe wavelength $\lambda_0$.

有倾角的分光双星

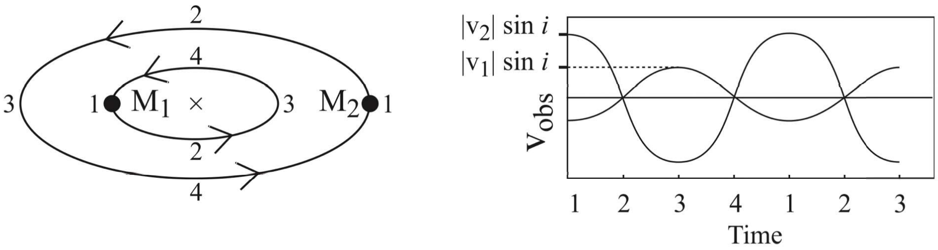


**Figure 2.10** *Left:* A spectroscopic binary system with circular orbits and with orbital plane inclined by an angle $i$ to the line of sight. *Right:* Observed velocity of each of the components, as deduced from the Doppler shift of its spectral features, as a function of time. Negative velocities are approaching and positive are receding. Numbers indicate the corresponding points on the orbits and in the so-called *radial-velocity curve*.

0变星大总结：

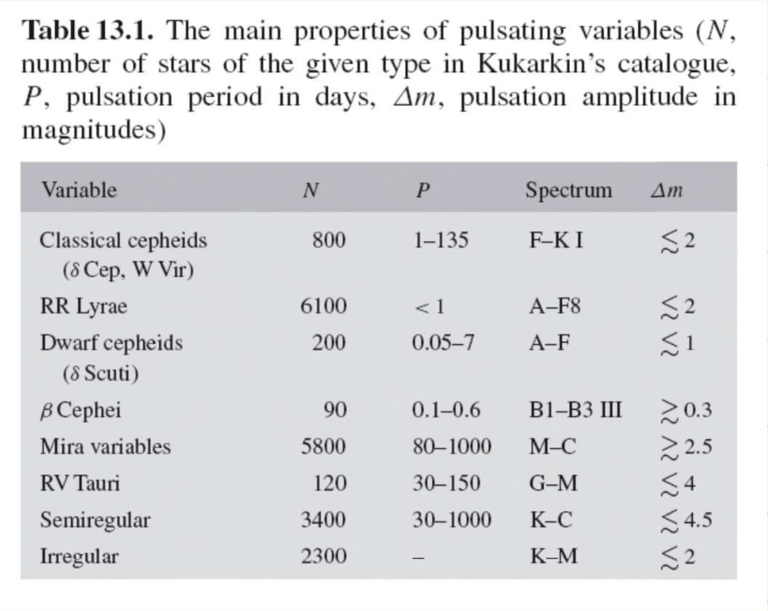


**Table 13.1.** The main properties of pulsating variables ($N$, number of stars of the given type in Kukarkin's catalogue, $P$, pulsation period in days, $\Delta m$, pulsation amplitude in magnitudes)

| Variable | $N$ | $P$ | Spectrum | $\Delta m$ |
|---|---|---|---|---|
| Classical cepheids<br>($\delta$ Cep, W Vir) | 800 | 1–135 | F–K I | $\lesssim 2$ |
| RR Lyrae | 6100 | $< 1$ | A–F8 | $\lesssim 2$ |
| Dwarf cepheids<br>($\delta$ Scuti) | 200 | 0.05–7 | A–F | $\lesssim 1$ |
| $\beta$ Cephei | 90 | 0.1–0.6 | B1–B3 III | $\gtrsim 0.3$ |
| Mira variables | 5800 | 80–1000 | M–C | $\gtrsim 2.5$ |
| RV Tauri | 120 | 30–150 | G–M | $\lesssim 4$ |
| Semiregular | 3400 | 30–1000 | K–C | $\lesssim 4.5$ |
| Irregular | 2300 | – | K–M | $\lesssim 2$ |

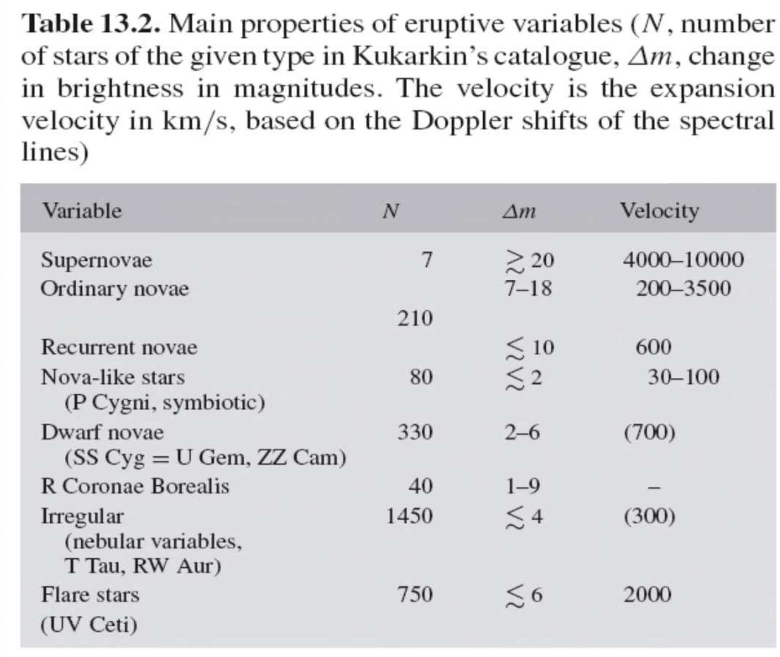


**Table 13.2.** Main properties of eruptive variables ($N$, number of stars of the given type in Kukarkin's catalogue, $\Delta m$, change in brightness in magnitudes. The velocity is the expansion velocity in km/s, based on the Doppler shifts of the spectral lines)

| Variable | $N$ | $\Delta m$ | Velocity |
|---|---|---|---|
| Supernovae | 7 | $\gtrsim 20$ | 4000–10000 |
| Ordinary novae | 210 | 7–18 | 200–3500 |
| Recurrent novae | | $\lesssim 10$ | 600 |
| Nova-like stars<br>(P Cygni, symbiotic) | 80 | $\lesssim 2$ | 30–100 |
| Dwarf novae<br>(SS Cyg = U Gem, ZZ Cam) | 330 | 2–6 | (700) |
| R Coronae Borealis | 40 | 1–9 | – |
| Irregular<br>(nebular variables,<br>T Tau, RW Aur) | 1450 | $\lesssim 4$ | (300) |
| Flare stars<br>(UV Ceti) | 750 | $\lesssim 6$ | 2000 |

* 周光关系的理论解释：流体静力学平衡下的微振动 (详见徐仁新)

$$M\frac{d^2R}{dt^2} = f_p - f_g = \frac{K_1 M^{\frac{5}{3}}}{R^3} - \frac{K_2 M^2}{R^2} \xrightarrow{微扰展开} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{K_2 M}{R_0^3}\delta = 0.$$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{R_0^3}{K_2 M}} = \sqrt{\frac{3\pi}{K_2}}\frac{1}{\sqrt{\rho}}.$$

$\therefore$ 周光关系 $T \propto M^{\frac{1}{2}}$.

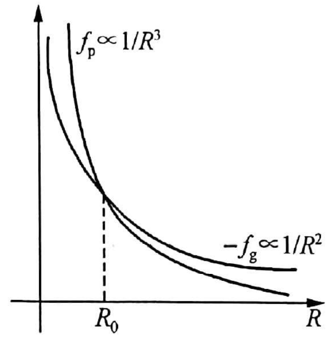


图 4.3 流体恒星的引力与压力抗衡

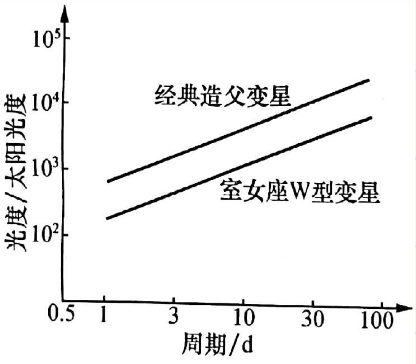


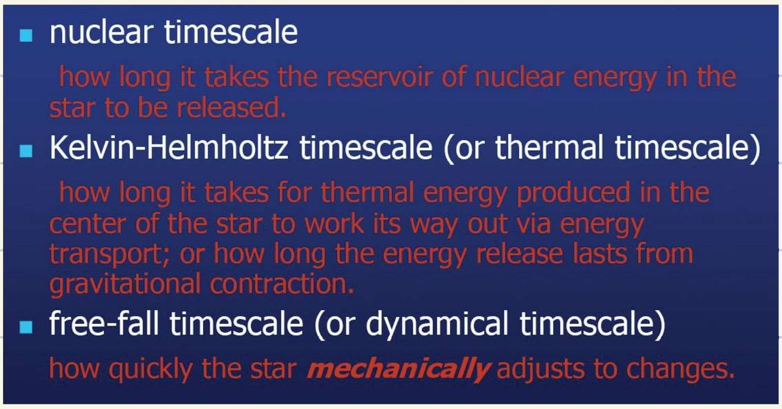
图 4.4 造父变星的周光关系

恒星的一生，就是一部与引力斗争的历史.

# 恒星的演化

## 恒星的形成:

in a nutshell →



- nuclear timescale

  how long it takes the reservoir of nuclear energy in the star to be released.

- Kelvin-Helmholtz timescale (or thermal timescale)

  how long it takes for thermal energy produced in the center of the star to work its way out via energy transport; or how long the energy release lasts from gravitational contraction.

- free-fall timescale (or dynamical timescale)

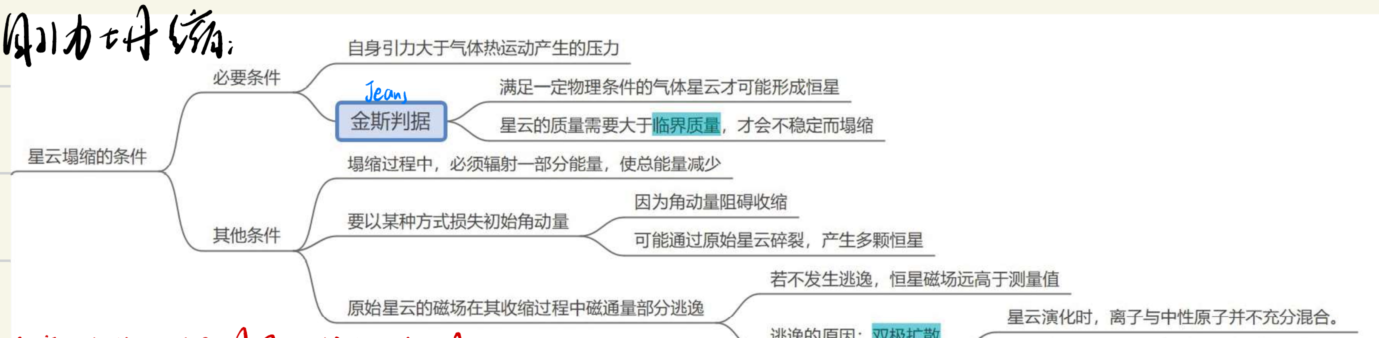
  how quickly the star ***mechanically*** adjusts to changes.

$$t_n \sim \frac{\frac{M}{M_\odot}}{\frac{L}{L_\odot}} \times 10^{10} a.$$

$$t_t \sim \frac{\frac{M}{M_\odot}}{\frac{R}{R_\odot}\frac{L}{L_\odot}} \times 2\times10^{7} a.$$

$$t_{ff} = \left(\frac{3\pi}{32G\bar{\rho}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{T_{kepler}}{2}.$$

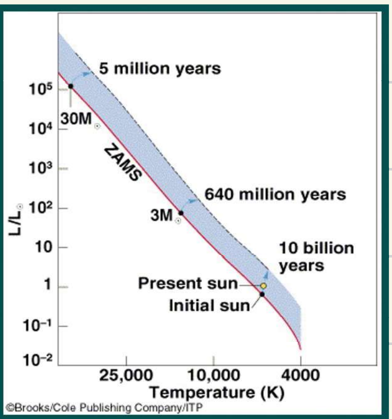
## 星云的引力坍缩:



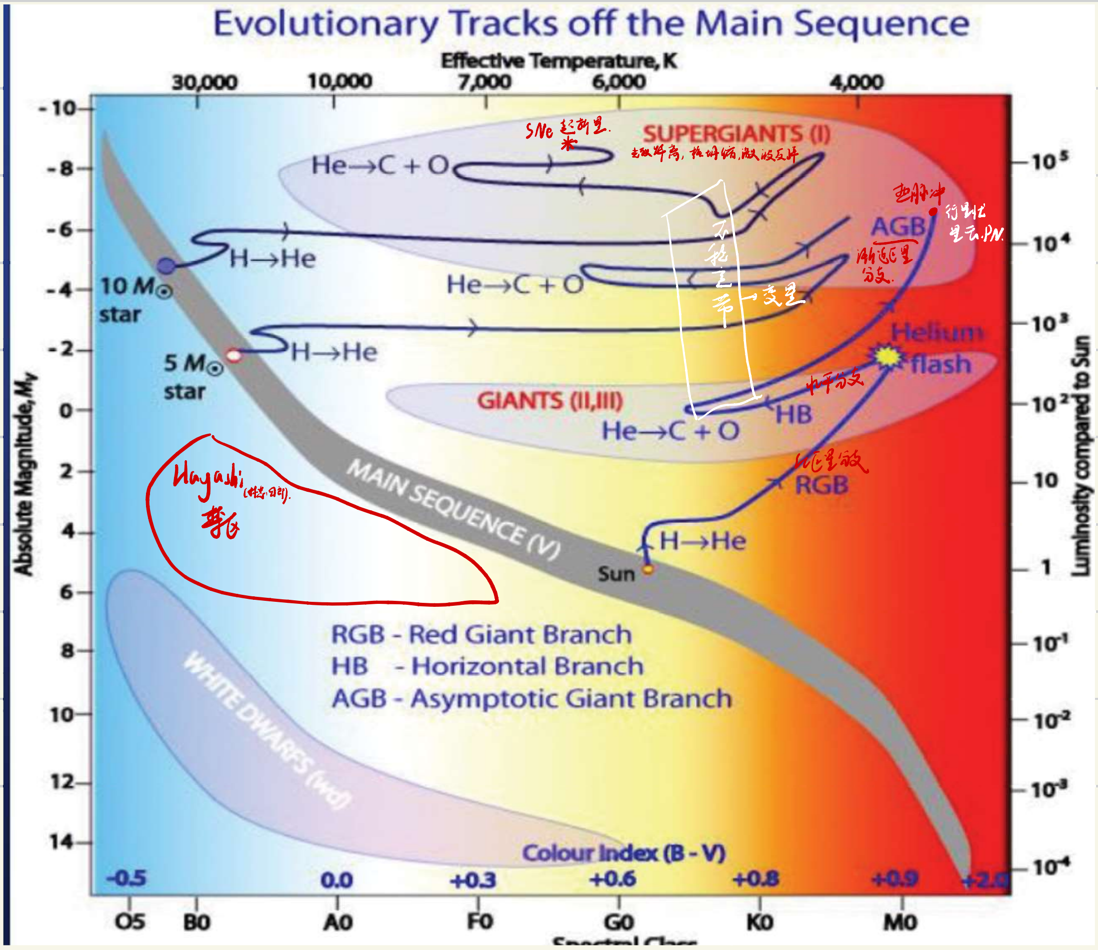
- 星云塌缩的条件
  - 必要条件
    - 自身引力大于气体热运动产生的压力
    - 金斯判据 (Jeans)
      - 满足一定物理条件的气体星云才可能形成恒星
      - 星云的质量需要大于临界质量，才会不稳定而塌缩
    - 塌缩过程中，必须辐射一部分能量，使总能量减少
  - 其他条件
    - 要以某种方式损失初始角动量
      - 因为角动量阻碍收缩
      - 可能通过原始星云碎裂，产生多颗恒星
    - 原始星云的磁场在其收缩过程中磁通量部分逃逸
      - 若不发生逃逸，恒星磁场远高于测量值
      - 逃逸的原因：双极扩散
        - 星云演化时，离子与中性原子并不充分混合。
        - 离子相对于中性原子的流动导致磁通量逃逸

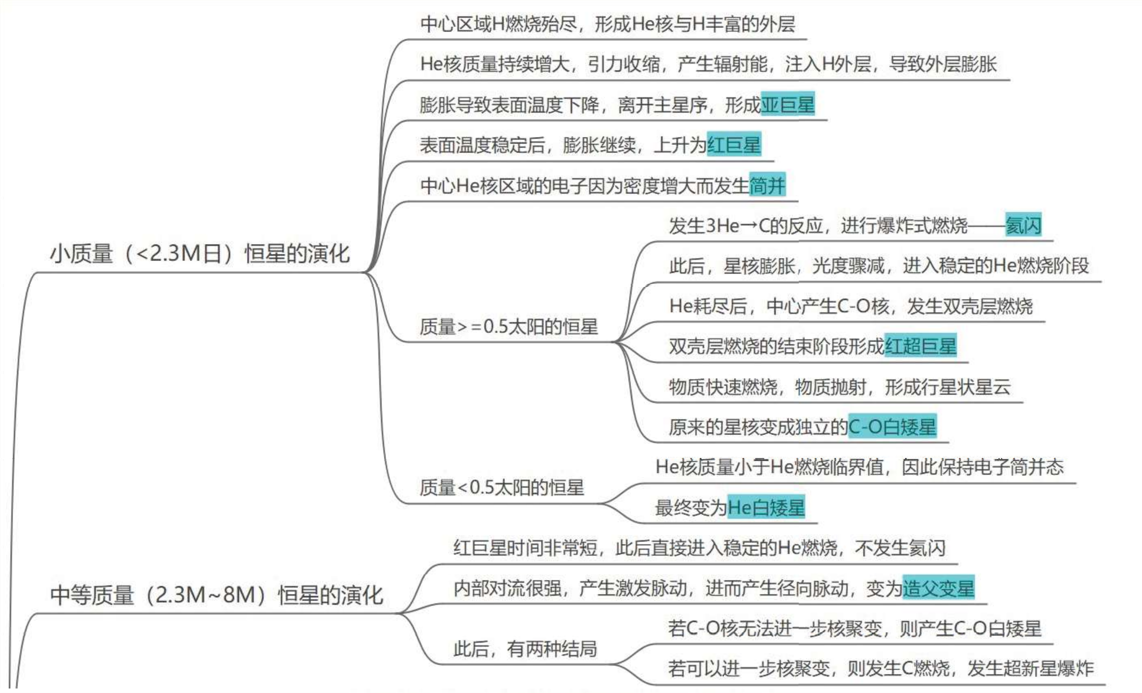
原恒星：引力能产生辐射. 主序前星：林忠四郎线.

## 主序后的演化:



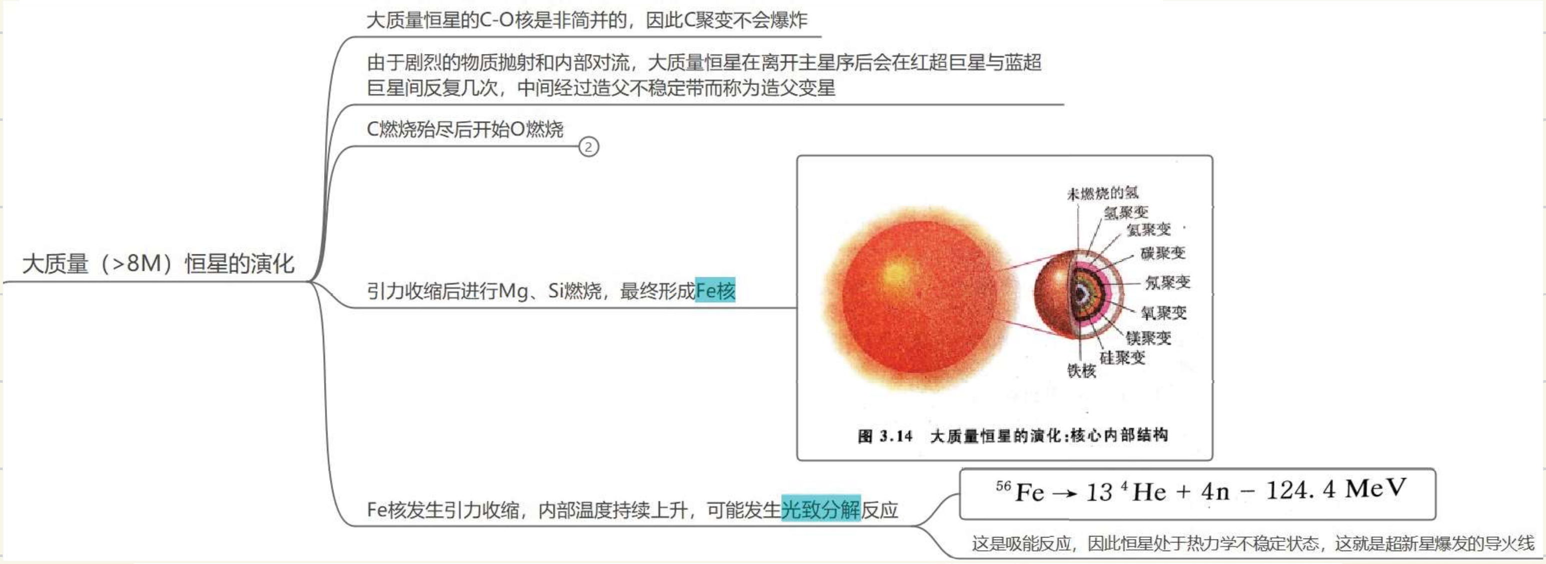
主序带：主序星从核心H燃烧开始到结束在H-R图上占据的带状区域





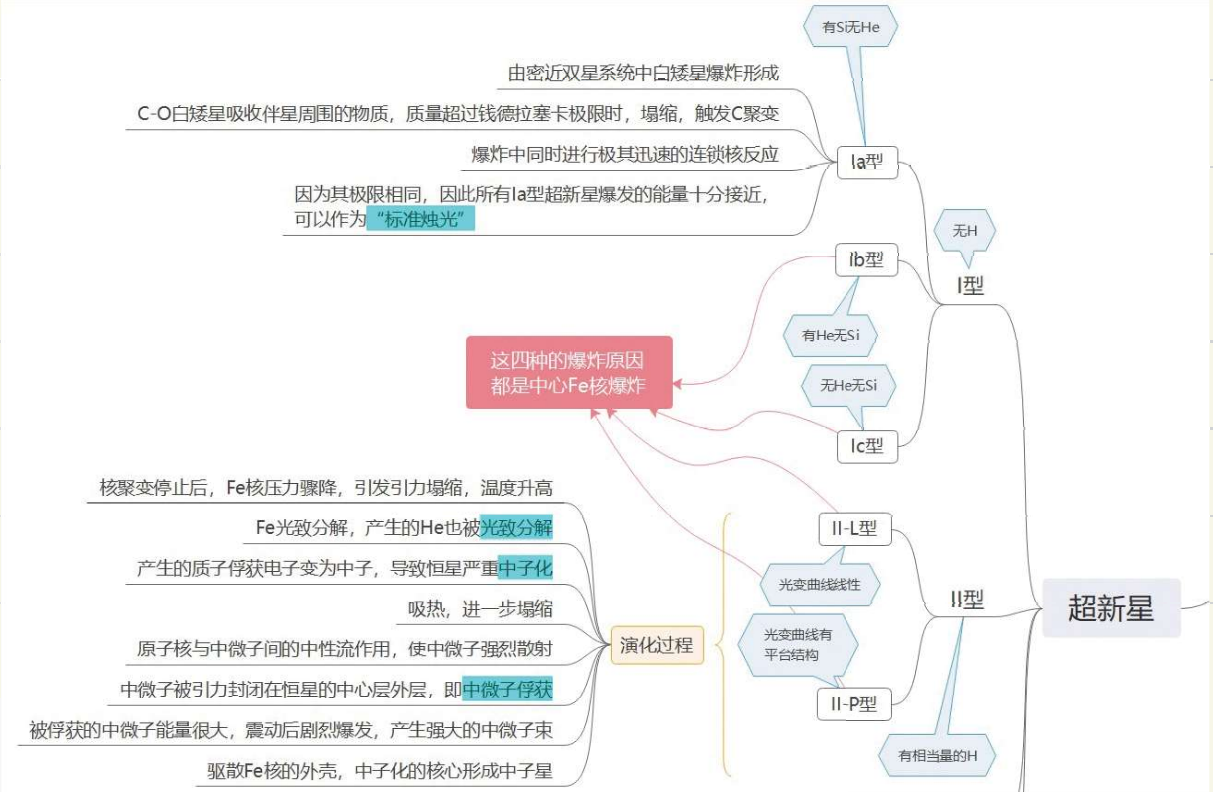
- 小质量（<2.3M日）恒星的演化
  - 中心区域H燃烧殆尽，形成He核与H丰富的外层
  - He核质量持续增大，引力收缩，产生辐射能，注入H外层，导致外层膨胀
  - 膨胀导致表面温度下降，离开主星序，形成亚巨星
  - 表面温度稳定后，膨胀继续，上升为红巨星
  - 中心He核区域的电子因为密度增大而发生简并
  - 质量>=0.5太阳的恒星
    - 发生3He→C的反应，进行爆炸式燃烧——氦闪
    - 此后，星核膨胀，光度骤减，进入稳定的He燃烧阶段
    - He耗尽后，中心产生C-O核，发生双壳层燃烧
    - 双壳层燃烧的结束阶段形成红超巨星
    - 物质快速燃烧，物质抛射，形成行星状星云
    - 原来的星核变成独立的C-O白矮星
  - 质量<0.5太阳的恒星
    - He核质量小于He燃烧临界值，因此保持电子简并态
    - 最终变为He白矮星
- 中等质量（2.3M~8M）恒星的演化
  - 红巨星时间非常短，此后直接进入稳定的He燃烧，不发生氦闪
  - 内部对流很强，产生激发脉动，进而产生径向脉动，变为造父变星
  - 此后，有两种结局
    - 若C-O核无法进一步核聚变，则产生C-O白矮星
    - 若可以进一步核聚变，则发生C燃烧，发生超新星爆炸

大一的笔记是
真的认真呀.



- 大质量（>8M）恒星的演化
  - 大质量恒星的C-O核是非简并的，因此C聚变不会爆炸
  - 由于剧烈的物质抛射和内部对流，大质量恒星在离开主星序后会在红超巨星与蓝超巨星间反复几次，中间经过造父不稳定带而称为造父变星
  - C燃烧殆尽后开始O燃烧 ②
  - 引力收缩后进行Mg、Si燃烧，最终形成Fe核
  - Fe核发生引力收缩，内部温度持续上升，可能发生光致分解反应
    - $$^{56}\mathrm{Fe} \rightarrow 13\,^{4}\mathrm{He} + 4\mathrm{n} - 124.4\ \mathrm{MeV}$$
    - 这是吸能反应，因此恒星处于热力学不稳定状态，这就是超新星爆发的导火线

图 3.14 大质量恒星的演化:核心内部结构



- 超新星
  - I型（无H）
    - Ia型（有Si无He）
      - 由密近双星系统中白矮星爆炸形成
      - C-O白矮星吸收伴星周围的物质，质量超过钱德拉塞卡极限时，塌缩，触发C聚变
      - 爆炸中同时进行极其迅速的连锁核反应
      - 因为其极限相同，因此所有Ia型超新星爆发的能量十分接近，可以作为"标准烛光"
    - Ib型（有He无Si）
    - Ic型（无He无Si）
  - II型（有相当量的H）
    - II-L型（光变曲线线性）
    - II-P型（光变曲线有平台结构）
    - 演化过程
      - 核聚变停止后，Fe核压力骤降，引发引力塌缩，温度升高
      - Fe光致分解，产生的He也被光致分解
      - 产生的质子俘获电子变为中子，导致恒星严重中子化
      - 吸热，进一步塌缩
      - 原子核与中微子间的中性流作用，使中微子强烈散射
      - 中微子被引力封闭在恒星的中心层外层，即中微子俘获
      - 被俘获的中微子能量很大，震动后剧烈爆发，产生强大的中微子束
      - 驱散Fe核的外壳，中子化的核心形成中子星

这四种的爆炸原因都是中心Fe核爆炸

* 本课程中不对致密星进行详细分析，等相应的理论学完之后，再在课外处理它们.

# 密近双星的演化.（详见问答，十分清晰）

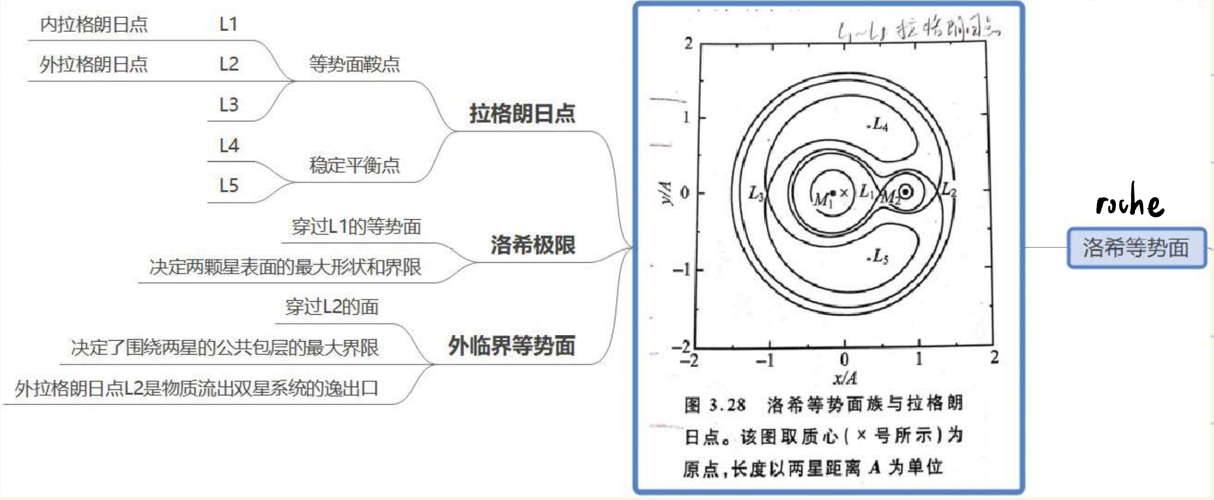
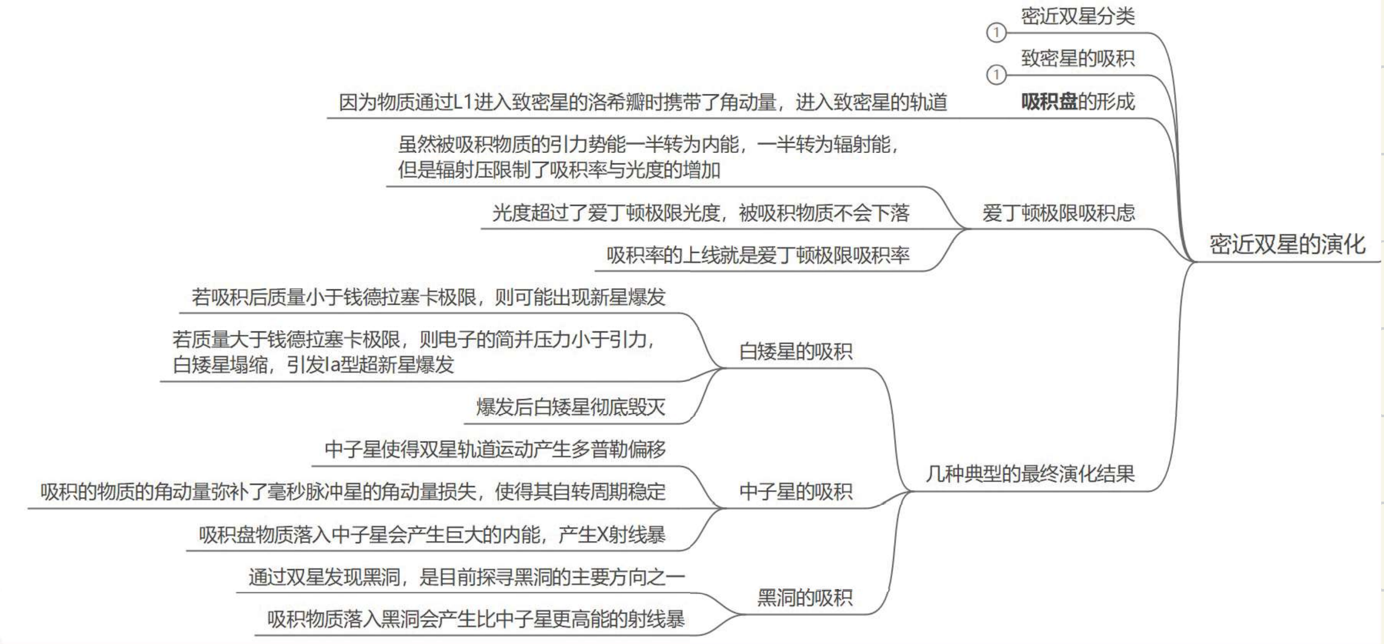


图 3.28 洛希等势面族与拉格朗日点。该图取质心（× 号所示）为原点，长度以两星距离 A 为单位

roche

- 洛希等势面
  - **拉格朗日点**
    - 等势面鞍点
      - 内拉格朗日点 L1
      - 外拉格朗日点 L2
      - L3
    - 稳定平衡点
      - L4
      - L5
  - **洛希极限**
    - 穿过L1的等势面
    - 决定两颗星表面的最大形状和界限
  - **外临界等势面**
    - 穿过L2的面
    - 决定了围绕两星的公共包层的最大界限
    - 外拉格朗日点L2是物质流出双星系统的逸出口

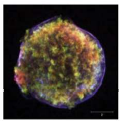


- 密近双星的演化
  - ① 密近双星分类
  - ① 致密星的吸积
  - **吸积盘**的形成
    - 因为物质通过L1进入致密星的洛希瓣时携带了角动量，进入致密星的轨道
  - 爱丁顿极限吸积虑
    - 虽然被吸积物质的引力势能一半转为内能，一半转为辐射能，但是辐射压限制了吸积率与光度的增加
    - 光度超过了爱丁顿极限光度，被吸积物质不会下落
    - 吸积率的上线就是爱丁顿极限吸积率
  - 几种典型的最终演化结果
    - 白矮星的吸积
      - 若吸积后质量小于钱德拉塞卡极限，则可能出现新星爆发
      - 若质量大于钱德拉塞卡极限，则电子的简并压力小于引力，白矮星塌缩，引发Ia型超新星爆发
      - 爆发后白矮星彻底毁灭
    - 中子星的吸积
      - 中子星使得双星轨道运动产生多普勒偏移
      - 吸积的物质的角动量弥补了毫秒脉冲星的角动量损失，使得其自转周期稳定
      - 吸积盘物质落入中子星会产生巨大的内能，产生X射线暴
    - 黑洞的吸积
      - 通过双星发现黑洞，是目前探寻黑洞的主要方向之一
      - 吸积物质落入黑洞会产生比中子星更高能的射线暴

"We are made of star dust" —— 元素的起源.

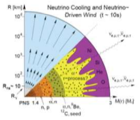
### The elements come from a variety of sources

Massive-star (core-collapse) supernovae:
*Oxygen, Carbon, some Iron & Nickel*

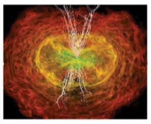


White dwarf (thermonuclear) supernovae:
*Iron & Nickel*

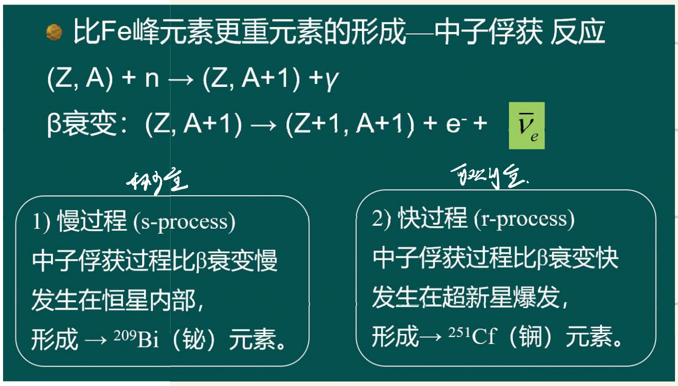
Intermediate-mass AGB stars:
*Nitrogen, some Carbon and heavy elements*



Neutron star winds?
*Heavy elements (Strontium, Yttrium, & Zirconium)*



Binary neutron star mergers?
*Heaviest elements (Gold, Platinum, & Uranium)*



- 比Fe峰元素更重元素的形成—中子俘获 反应

$(Z, A) + n \rightarrow (Z, A+1) + \gamma$

β衰变：$(Z, A+1) \rightarrow (Z+1, A+1) + e^- + \boxed{\bar{\nu}_e}$

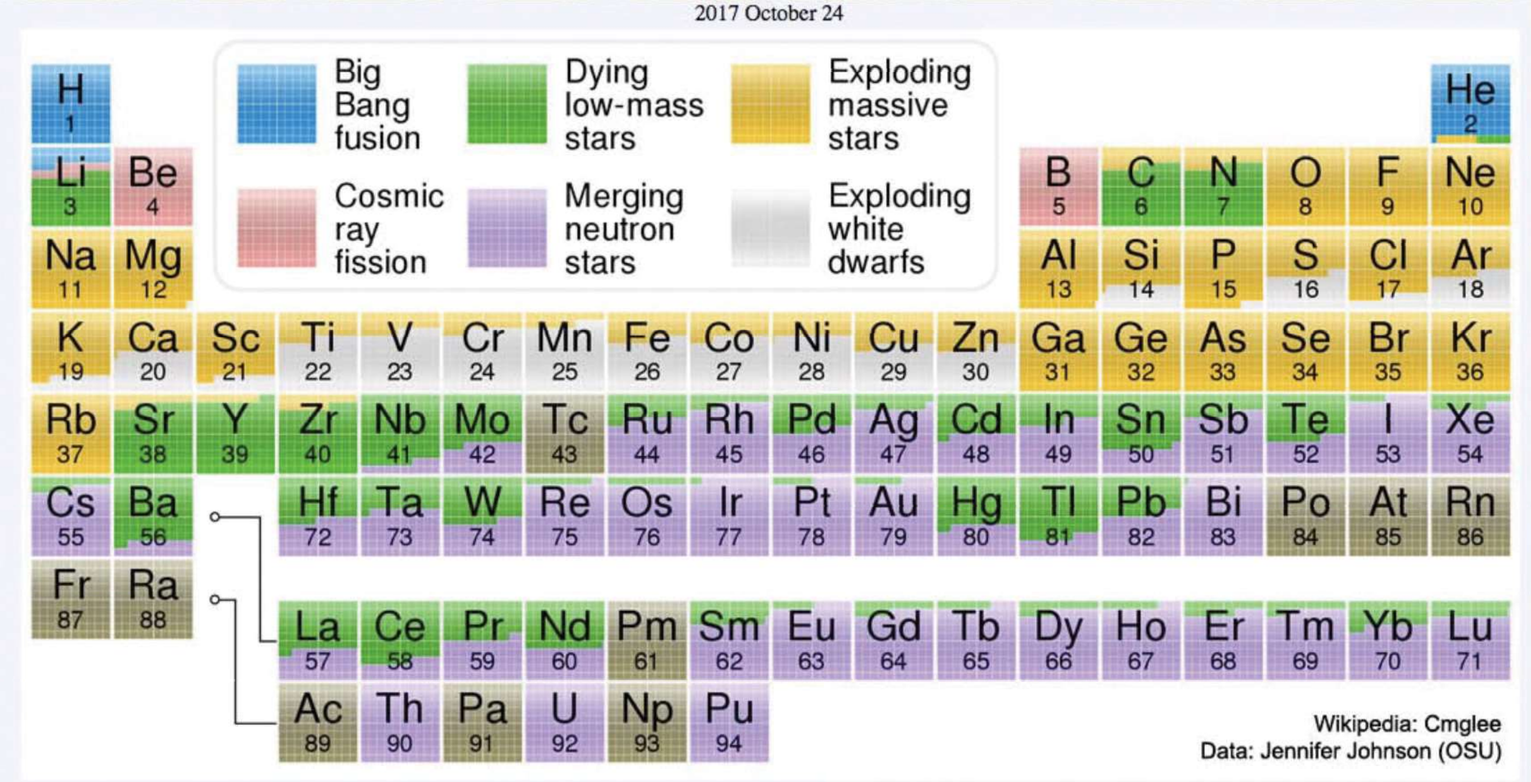
[illegible]

1) 慢过程 (s-process)
中子俘获过程比β衰变慢
发生在恒星内部，
形成 → $^{209}$Bi（铋）元素。

[illegible]

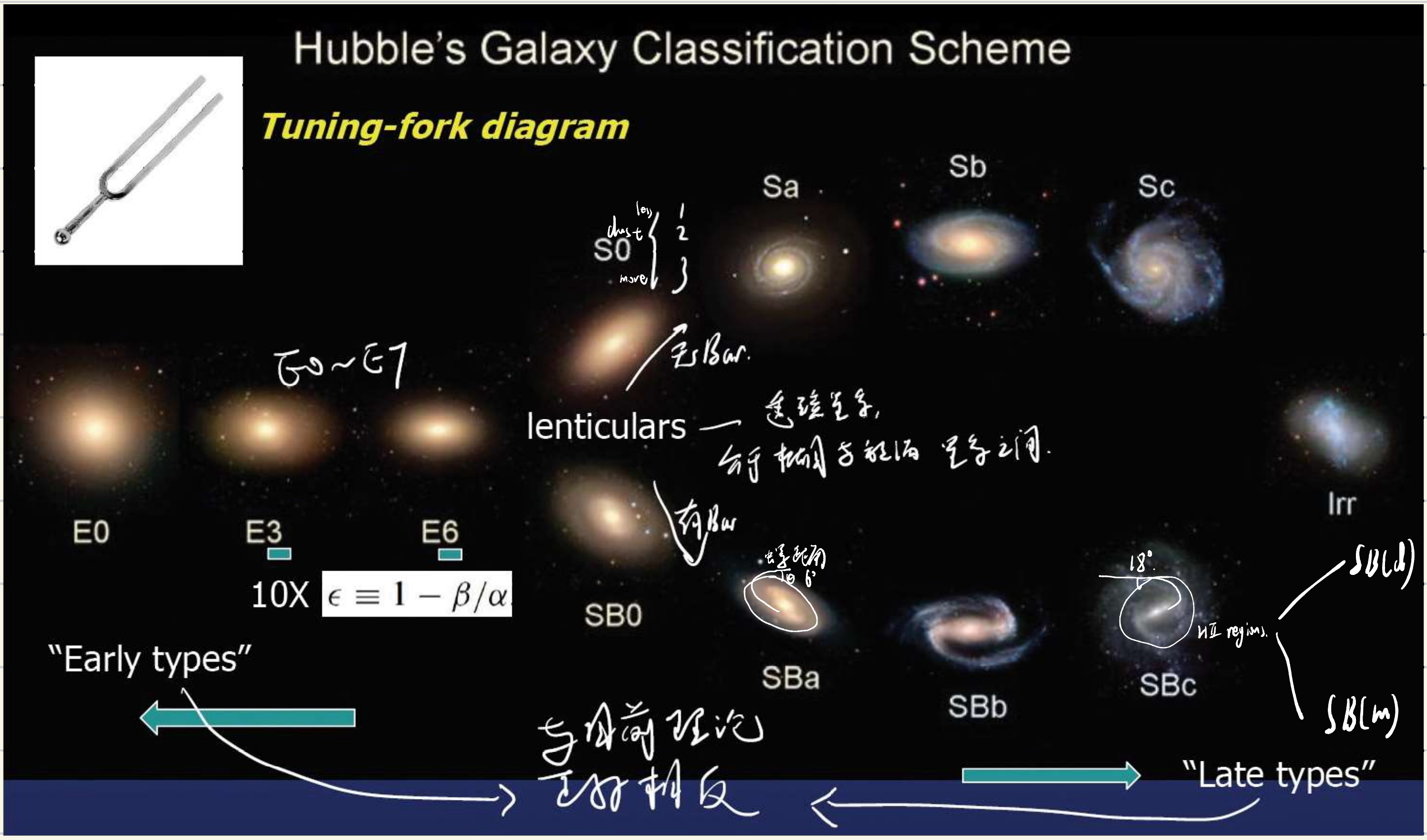
2) 快过程 (r-process)
中子俘获过程比β衰变快
发生在超新星爆发，
形成→ $^{251}$Cf（锎）元素。

而H、He与少量的Li是在初始核合成中形成的.



**Where Your Elements Came From**
**Image Credit & License: Wikipedia: Cmglee; Data: Jennifer Johnson (OSU)**

# 星系的形态与结构



Hubble's Galaxy Classification Scheme

*Tuning-fork diagram*

| | 旋涡星系 | 不规则星系 | 矮椭圆星系 | 巨椭圆星系 |
|---|---|---|---|---|
| 直径（ly） | $90\times10^3$ | $20\times10^3$ | $30\times10^3$ | $150\times10^3$ |
| 质量（$M_\odot$） | $10^{11}$-$10^{12}$ | $10^6$ | $10^5$-$10^7$ | $10^{13}$ |
| 光度（$L_\odot$） | $10^{10}$ | $10^9$ | $10^8$ | $10^{11}$ |
| 颜色 | 蓝（盘）<br>红（晕与核） | 蓝 | 红 | 红 |
| 气体百分比 | 5% | 15% | < 1% | < 1% |
| 恒星类型 | 年轻（盘）<br>年老（晕与核） | 年轻 | 年老 | 年老 |
| 质光比 | $(M/L)_{\mathrm{Irr}} < (M/L)_{\mathrm{S}} < (M/L)_{\mathrm{E}}$，$(M/L)_\odot = 1$ | | | |

| 旋涡/棒旋星系 (S, SB) | 椭圆星系 (E) | 不规则星系(Irr) |
|---|---|---|
| 由恒星和气体构成的扁盘（包含旋臂和核球）和星系晕。棒旋星系的核心有棒状结构 | 球形或椭球形，除中心核区外无其他结构 | 无明显结构 |
| 盘包含年轻和年老的恒星，晕只有年老的恒星 | 只有年老的恒星 | 包含年轻和年老的恒星 |
| 盘包含大量气体和尘埃，晕中的气体和尘埃很少 | 没有或很少气体和尘埃 | 富含气体和尘埃 |
| 旋臂中有恒星形成过程 | 近$10^{10}$ yr没有明显的恒星形成过程 | 强烈的恒星形成过程 |
| 盘中的恒星和气体绕星系核心作圆轨道运动，晕中的恒星绕星系核心作无规则轨道运动 | 恒星绕星系核心作无规则轨道运动 | 恒星和气体作无规则运动 |

星系大小的分类与表面亮度分布：

略，见天体与 An Mordern Introduction.

- 涡旋星系
  - 宏象 (great design)：10%. 两个清晰旋臂.
  - 多旋臂：60%.
  - 絮状 (flocculent) 30%.

Tully-Fisher 关系：若认为 $\frac{L}{M}=C_{ML}$，$\frac{L}{R^2}=C_{SB}$ (Freeman)，

则由 $M=\frac{V_{max}^2R}{G}$ $\therefore L=\frac{C_{ML}^2}{C_{SB}}\frac{V_{max}^4}{G^2}\sim V_{max}^4$.

与椭圆星系的 Faber-Jackson 中 $L\propto\sigma^4$.

旋臂：恒星形成密集，HII区，分子气体．偏蓝（T高）.

Winding problem：密度波理论．

相对匀速圆周的微扰动

本轮静止相对 LSR.

$$\begin{cases}\rho(t)=R(t)-R_m=A_R\sin\kappa t. \\ z(t)=A_z\sin(\nu t+\zeta) \\ x(t)=\frac{2\Omega}{\kappa}A_R\cos\kappa t.\end{cases}$$

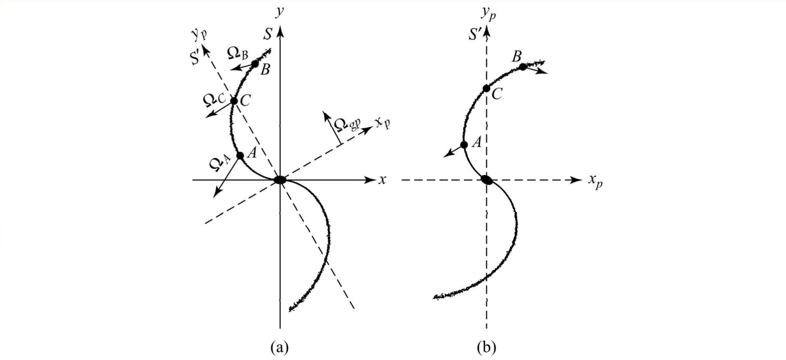


**FIGURE 22** (a) A galaxy with trailing spiral arms as seen in an inertial reference frame $S$ in which a quasistatic density wave is moving with a global angular pattern speed $\Omega_{gp}$. Star $A$ has an angular speed $\Omega_A > \Omega_{gp}$, Star $B$ has an angular speed $\Omega_B < \Omega_{gp}$, and Star $C$ is corotating with the density wave, meaning that $\Omega_C = \Omega_{gp}$. (b) The motions of the stars as seen in a noninertial reference frame $S'$, corotating with the density wave.

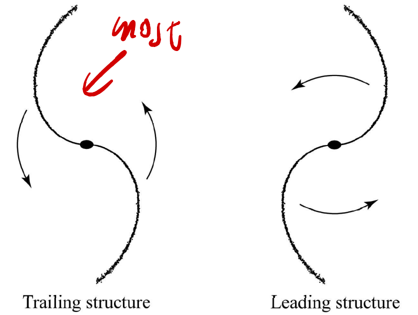


**FIGURE 20** Trailing and leading spiral arm structures.

$$\Phi_{eff}(R,z):=\Phi(R,z)+\frac{J_z^2}{2R^2}.=\Phi_{eff,m}+\frac{1}{2}\kappa^2\rho^2+\frac{1}{2}\nu^2z^2.$$

其中 $\kappa^2:=\frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial R^2}\Big|_m$. $\nu^2=\frac{\partial^2\Phi_{eff}}{\partial z^2}\Big|_m$.

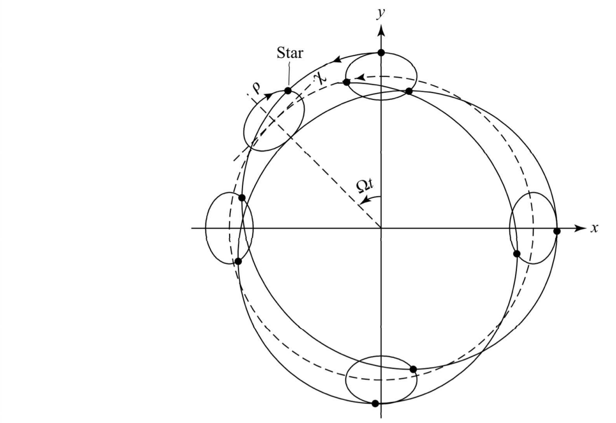


**FIGURE 25** In an inertial reference frame a star's orbital motion in the galactic midplane (solid line) forms a nonclosing rosette pattern. In the first-order approximation, the motion can be imagined as being the combination of a retrograde orbit about an epicycle and the prograde orbit of the center of the epicycle about a perfect circle (dashed line). The dimensions of the epicycle have been exaggerated by a factor of five to illustrate the effect.

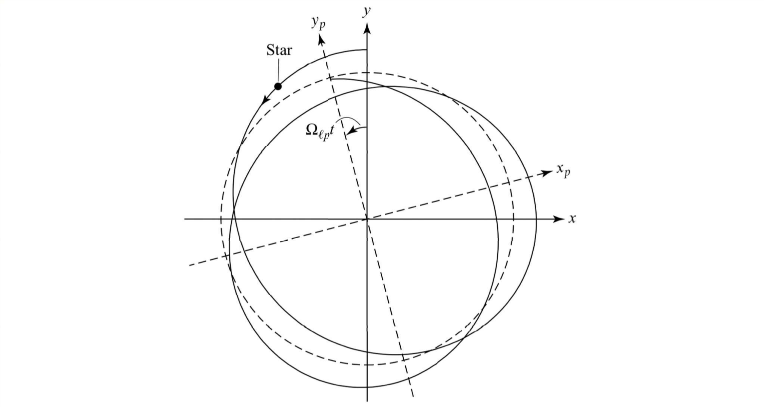


**FIGURE 26** A noninertial coordinate system, $(x_p, y_p)$, rotating within a fixed inertial frame $(x, y)$ with the local angular pattern speed $\Omega_{\ell p} = \Omega - \kappa/2$, for which $(n = 1, m = 2)$. The dashed line corresponds to the perfectly circular motion of the equilibrium point, and the solid line represents the orbital motion of the star in the galaxy's inertial reference frame. The position of the star on the diagram, along with the position of the noninertial coordinate system, corresponds to one-eighth of the orbital period of the equilibrium point.

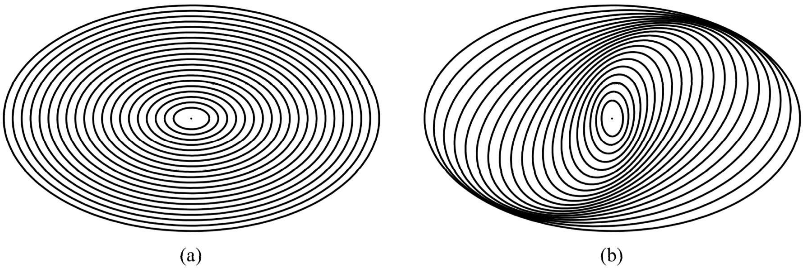
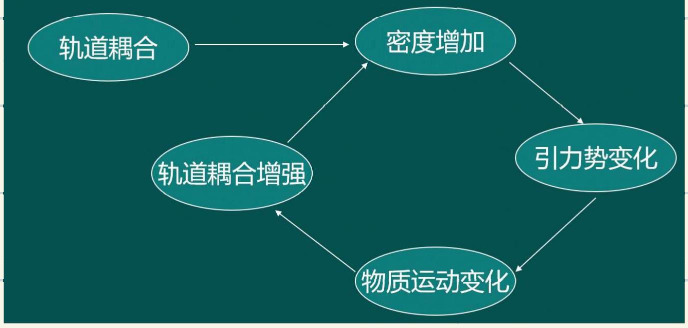


**FIGURE 28** (a) Nested oval orbits with aligned major axes, as seen in a reference frame rotating with the global angular pattern speed ($n = 1, m = 2$), or $\Omega_{gp} = \Omega - \kappa/2$. The result is a bar-like structure. (b) Each oval is rotated relative to the orbit immediately interior to it. The result is a two-armed grand-design spiral density wave.

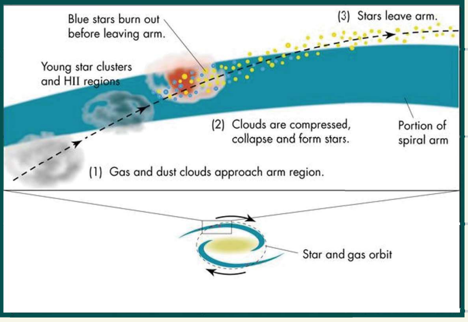
总结:

- 由林家翘和徐瑕生1963年在Lindblad工作的基础上提出——旋臂是密度波的表现。
- 星系引力势扰动
  →银盘内的天体以椭圆轨道运动
  →运动速度变化
- 轨道取向相互耦合
  →物质密度的规则变化
  →密度波
- 密度波在银盘内传播，导致物质压缩和恒星形成

- 密度波的形成：物质趋向于最低能态 → 轨道收缩 → 角动量损失（通过密度波传递角动量）
- 密度波维持机制——自组织过程



- 旋臂的运动
  密度波旋涡图样绕银心刚体转动，$\omega$= 13.5 kms$^{-1}$kpc$^{-1}$
  在银河系内区，恒星的运动速度超过旋涡图样速度($\omega_0$= 25 kms$^{-1}$kpc$^{-1}$)；在外区恒星比旋涡图样运动得更慢。
- 旋臂上年轻天体的形成
  气体云运动→接近旋臂
  →压缩、碰撞→尘埃带
  →气体云坍缩
  →恒星和HII区形成



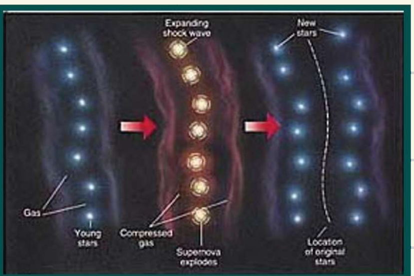
密度波理论的问题:

- 问题：引力扰动势的起源是什么？

  核球附近气体的不稳定性？
  伴星系的引力扰动？
  核球中棒状结构的影响？

补充：自传播恒星形成理论.

## (3) 自传播恒星形成理论



- 旋臂的形成
  恒星形成的链式反应：
  气体云坍缩 → 年轻星团
  大质量恒星的辐射和超新星爆发
  → 激波 → 压缩周围气体
  → 下一代恒星诞生 → …
  天体绕银心较差转动 → 高密恒星和星际气体旋臂

  旋臂的维持时间较短。

两种理论相比较与结合:

| 密度波理论 | 自传播恒星形成理论 |
|---|---|
| 旋臂→恒星形成 | 恒星形成→旋臂 |
| 对称的整体旋臂（the grand design) | 粗糙的、绒毛状旋臂（片断） |

- 对银河系，两种效果可能同时起作用，密度波建立旋臂的基本结构，超新星爆发进一步改变旋臂的形态。

- GC 的中心黑洞:

位力定理 → $M_{virial} = \frac{5R\sigma_r^2}{G}$.

中心黑洞: $M_{BH}-\sigma$ 关系. $M_{BH} = (1.3\pm0.2)\times10^8 M_\odot \left(\frac{\sigma_e}{200\,km/s}\right)^8$

体现黑洞与星系的 galaxy-wide feedback.

- 银河系: $\rho(r,z) = \rho_0 e^{-\frac{r}{r_d}} e^{-\frac{|z|}{h_d}}$.   $r_d = 3.5$ kpc, $h_d = \begin{cases} 330\text{ pc. star} \\ 160\text{ pc. dust. gas} \end{cases}$

SB b/c.   Boltzmann.   disk上

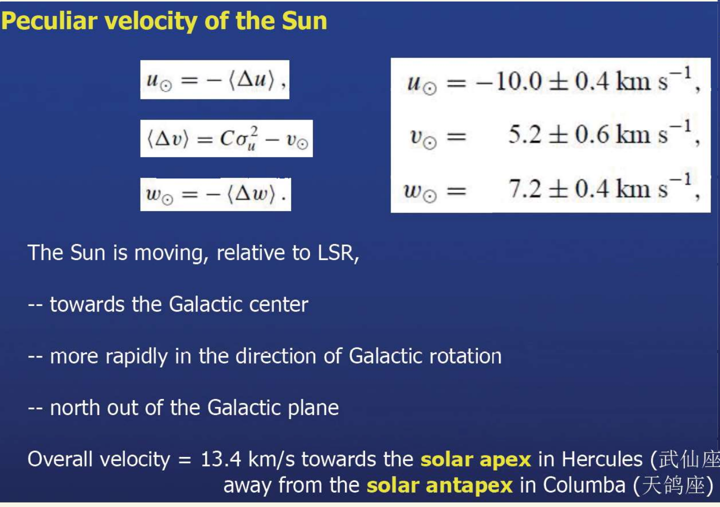
Stella halo: $\rho \propto r^{-\alpha}$. $\alpha = 2\sim4$.   $M_{MW} \sim 10^{12} M_\odot$. $\begin{cases} 10^{11}\text{ stars, } 5\% .. \\ \text{gas: } 0.5\sim0.75\% . \\ \text{DM.} \end{cases}$

$R_{sun} = 8.3$ kpc. $Z = 30$ kpc. $V_{sun} = 220$ km/s. $\tau = 2\times10^8$ yr.

太阳在银河中的位置——星系动力学基础.

太阳周围恒星的运动与LSR: 偏离LSR的本动速度. ([illegible])

Oort常数: $\begin{cases} A = -\frac{1}{2}\left[\frac{d\Theta}{dR}\Big|_{R_0} - \frac{\Theta_0}{R_0}\right] \sim 15 \\ B = -\frac{1}{2}\left[\frac{d\Theta}{dR}\Big|_{R_0} + \frac{\Theta_0}{R_0}\right] \sim -12 \end{cases}$



**Peculiar velocity of the Sun**

$u_\odot = -\langle \Delta u \rangle$,

$\langle \Delta v \rangle = C\sigma_u^2 - v_\odot$

$w_\odot = -\langle \Delta w \rangle$.

$u_\odot = -10.0 \pm 0.4$ km s$^{-1}$,

$v_\odot = 5.2 \pm 0.6$ km s$^{-1}$,

$w_\odot = 7.2 \pm 0.4$ km s$^{-1}$,

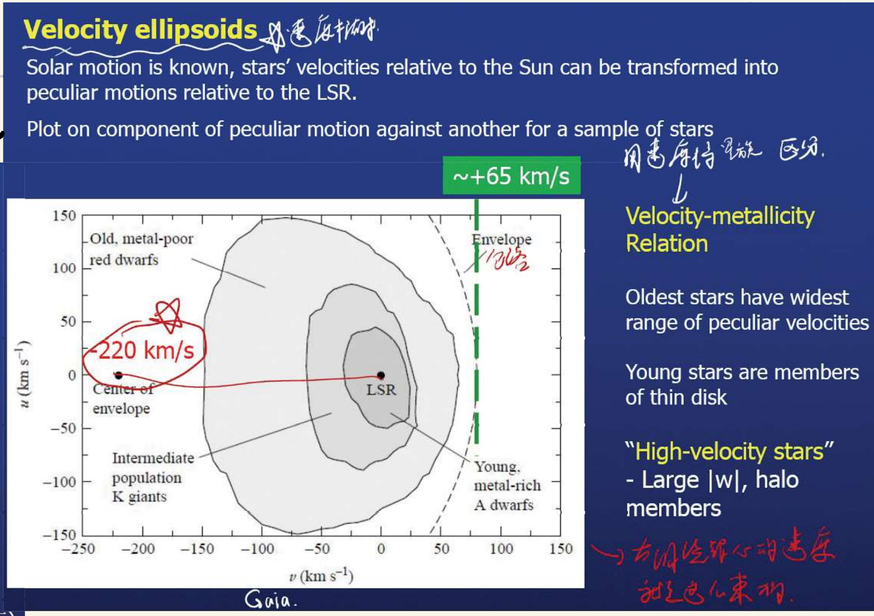
The Sun is moving, relative to LSR,

-- towards the Galactic center

-- more rapidly in the direction of Galactic rotation

-- north out of the Galactic plane

Overall velocity = 13.4 km/s towards the **solar apex** in Hercules (武仙座), away from the **solar antapex** in Columba (天鸽座)



**Velocity ellipsoids** 速度椭球体

Solar motion is known, stars' velocities relative to the Sun can be transformed into peculiar motions relative to the LSR.

Plot on component of peculiar motion against another for a sample of stars

用速度椭球 星族 区分.

Velocity-metallicity Relation

Oldest stars have widest range of peculiar velocities

Young stars are members of thin disk

"High-velocity stars" - Large |w|, halo members

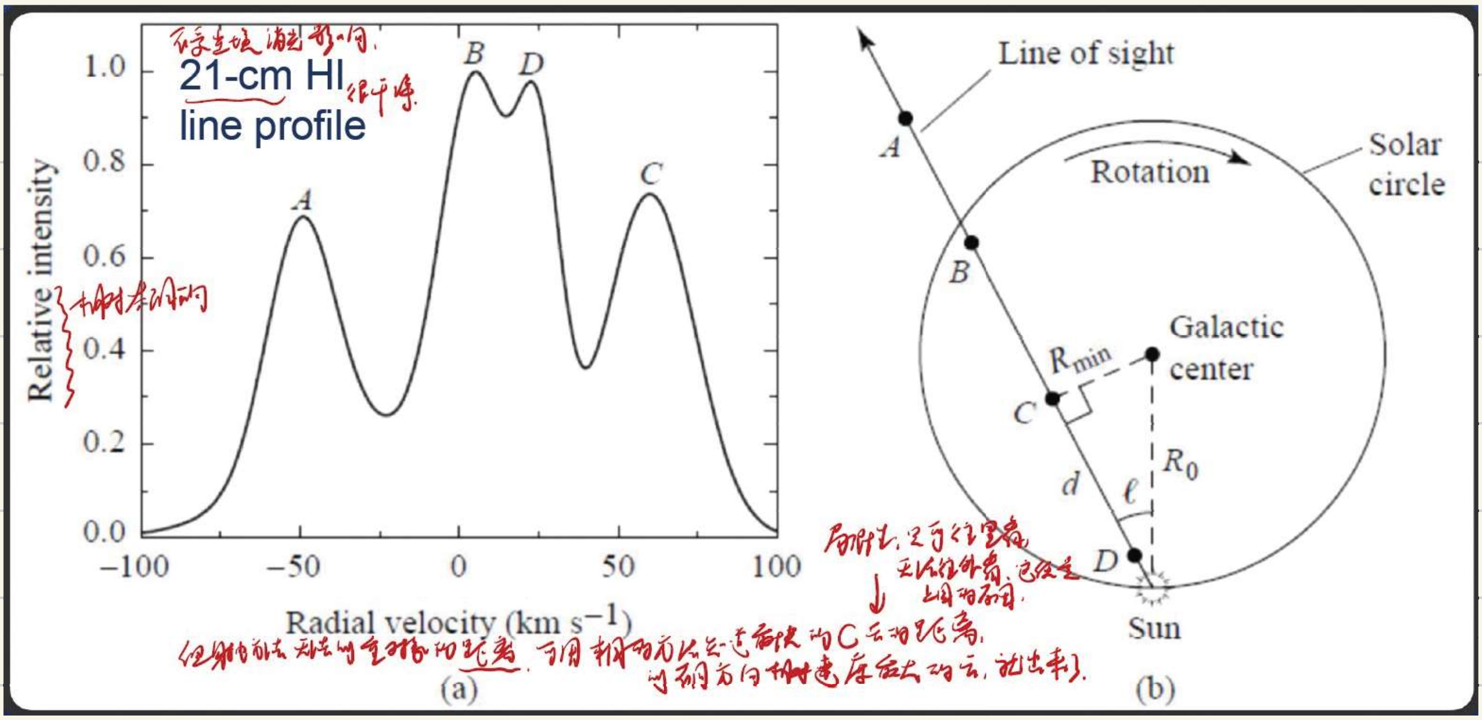
→ 太阳绕银心的速度 就是这么来的.

Gaia.

$\Omega_0 = A - B$,   $\kappa_0^2 = -4B(A-B)$

$\frac{d\Theta}{dR}\Big|_{R_0} = -(A+B)$.   $\therefore \frac{\kappa_0}{\Omega_0} = 2\left(\frac{-B}{A-B}\right)^{\frac{1}{2}} \simeq 1.35$

# 21cm线的观测 → 旋转曲线、



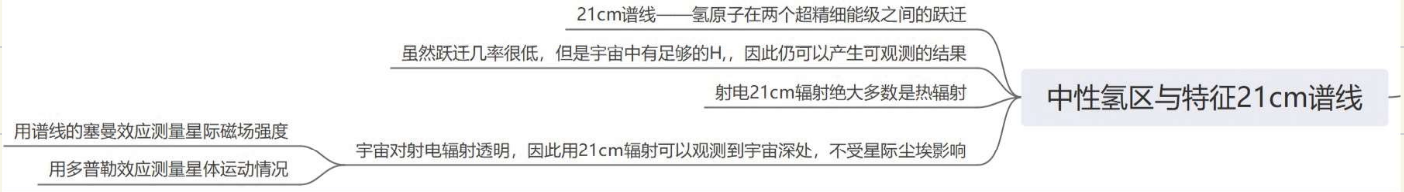
不受尘埃消光影响。

很平滑.

相对来说的

局限性，只可在里面，无法往外看，也就是上图的范围.

但射电方法无法测量精确的距离，可用相切点方法来选最快的C云的距离，即视向方向视向速度最大的云，就出来了.



中性氢区与特征21cm谱线
- 21cm谱线——氢原子在两个超精细能级之间的跃迁
- 虽然跃迁几率很低，但是宇宙中有足够的H,，因此仍可以产生可观测的结果
- 射电21cm辐射绝大多数是热辐射
- 宇宙对射电辐射透明，因此用21cm辐射可以观测到宇宙深处，不受星际尘埃影响
  - 用谱线的塞曼效应测量星际磁场强度
  - 用多普勒效应测量星体运动情况

暗物质分布模型：$\rho(r)=\frac{v^2}{4\pi G r^2} \longrightarrow \rho(r)=\frac{\rho_0}{1+\left(\frac{r}{a}\right)^2} \longrightarrow \rho(r)=\frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{a}\right)\left(1+\frac{r}{a}\right)^2}$

Navarro-Frenk-White profile.

* 应用星系动力学测量银河系内的距离 —— moving cluster method.

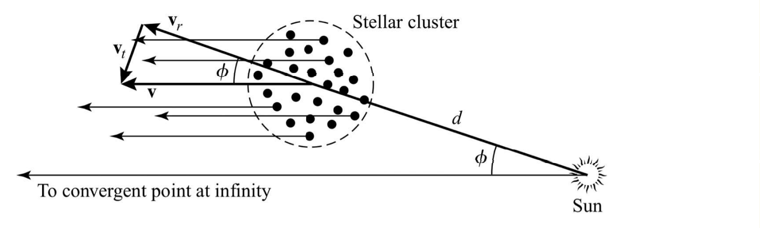


**FIGURE 30** The space motion of the cluster is directed toward the convergent point. This velocity vector may be decoupled into its radial and transverse components.

$V_t = V_r\tan\phi$. $\mu=\frac{V_t}{d}$

$\therefore d=\frac{\langle V_r\rangle\tan\phi}{\langle\mu\rangle}$.

# 银河系中的恒星：两种星族与星团.

- 星族I恒星
  年轻的、富金属恒星（金属丰度为太阳值的0.1-2.5倍）主要位于银盘中，绕银心作圆轨道运动。如疏散星团。
- 星族II恒星
  年老的、贫金属恒星（金属丰度为太阳值的0.001-0.03倍），主要位于银晕和核球中，以银心作为中心球对称分布绕银心作无规则的椭圆轨道运动。如球状星团。

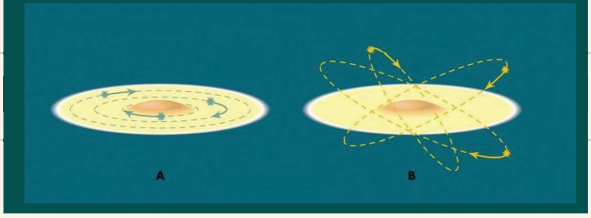
## 星族I与II天体的特征

| 星 族 | 极端星族II (晕星族II) | 中介星族II | 盘星族 | 中介星族I (年老星族I) | 极端星族I (年轻星族I) |
|---|---|---|---|---|---|
| 典型天体 | 亚矮星、球状星团、天琴RR型星 | 长周期变星 | 行星状星云、新星 | A型星、经典造父变星 | 气体、尘埃、超巨星 |
| 平均年龄 ($10^9$ yr) | 17-12 | 15-10 | 12-2 | 2-0.1 | 0.1 |
| 垂向距离 | 2000 pc | 700 pc | 400 pc | 160 pc | 120 pc |
| 垂向速度 | 75 $\mathrm{kms^{-1}}$ | 25 $\mathrm{kms^{-1}}$ | 18 $\mathrm{kms^{-1}}$ | 10 $\mathrm{kms^{-1}}$ | 8 $\mathrm{kms^{-1}}$ |
| 金属丰度 | 0.001 | 0.005 | 0.01-0.02 | 0.02 | 0.03-0.04 |

- 金属丰度越低的恒星离银道面越远 → 银河系演化

## 不同星族恒星的轨道运动特征

- 星系盘内的恒星绕银心作规则的圆轨道运动。
- 晕中的恒星绕银心作大偏心率的椭圆轨道运动，且轨道取向是随机的。



## 球状星团 (globular clusters)

| 形态 | 球形或扁球形 |
|---|---|
| 大小 | ~60-300 ly |
| 质量 | ~$10^4$-$10^7$ $M_\odot$ |
| 恒星密度 | ~1-100 $M_\odot$ $\mathrm{ly^{-3}}$<br>$\rho/\rho_0$~50-$10^3$ |
| 空间分布 | 以银心为球心的球状分布，$d \leq$ 35 kpc |
| 成员星 | 年老的、贫金属恒星 |

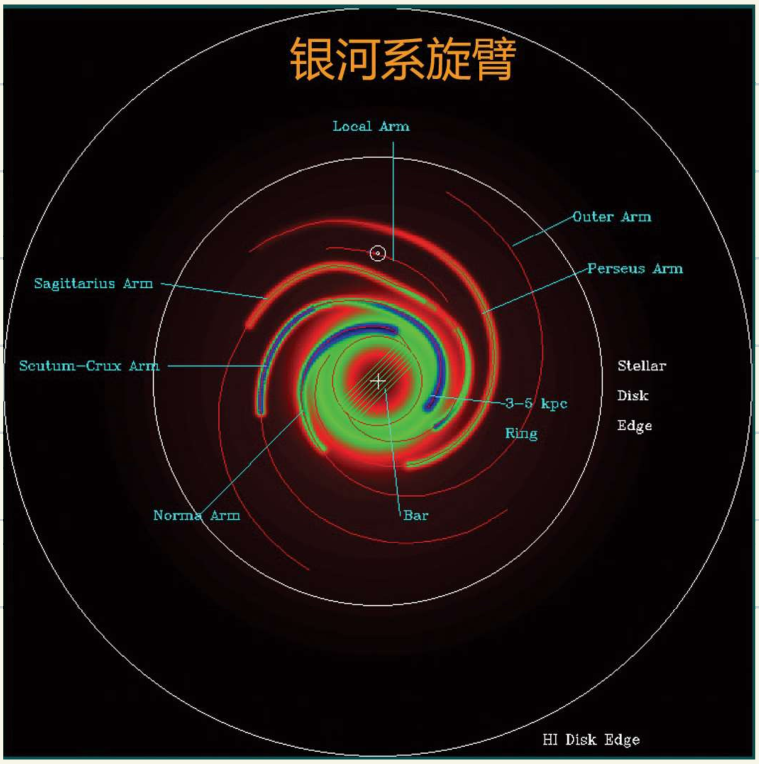

Omega Centauri

## 疏散星团 (open clusters)

| 形态 | 不规则 |
|---|---|
| 大小 | ~6-50 ly |
| 质量 | ~$10^2$-$10^3$ $M_\odot$ |
| 恒星密度 | ~0.1-10 $M_\odot$ $\mathrm{ly^{-3}}$<br>$\rho/\rho_0$~10-50 |
| 空间分布 | 银道面附近<br>$Z < 200$ pc |
| 成员星 | 年轻、中等年龄恒星 |

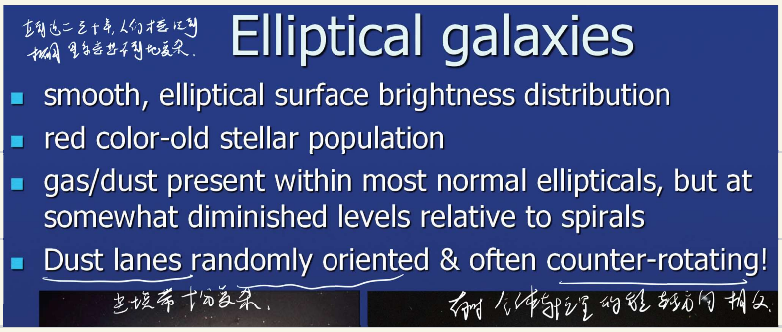

昴星团（Pleiades）

# 银河系的结构:



● 椭圆星系.

观测特征:



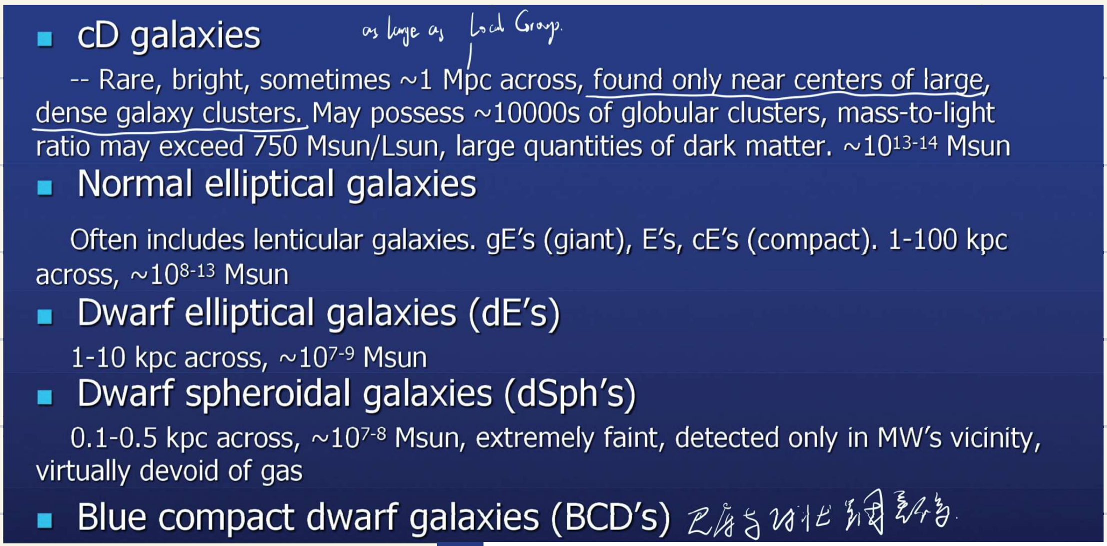
直到近二三十年,人们才意识到 椭圆星系意想不到地复杂.

## Elliptical galaxies

- smooth, elliptical surface brightness distribution
- red color-old stellar population
- gas/dust present within most normal ellipticals, but at somewhat diminished levels relative to spirals
- Dust lanes randomly oriented & often counter-rotating!

尘埃带十分复杂.　有时气体与恒星的旋转方向相反.

形态学分类:



- cD galaxies

as large as Local Group.

-- Rare, bright, sometimes ~1 Mpc across, found only near centers of large, dense galaxy clusters. May possess ~10000s of globular clusters, mass-to-light ratio may exceed 750 Msun/Lsun, large quantities of dark matter. ~$10^{13\text{-}14}$ Msun

- Normal elliptical galaxies

Often includes lenticular galaxies. gE's (giant), E's, cE's (compact). 1-100 kpc across, ~$10^{8\text{-}13}$ Msun

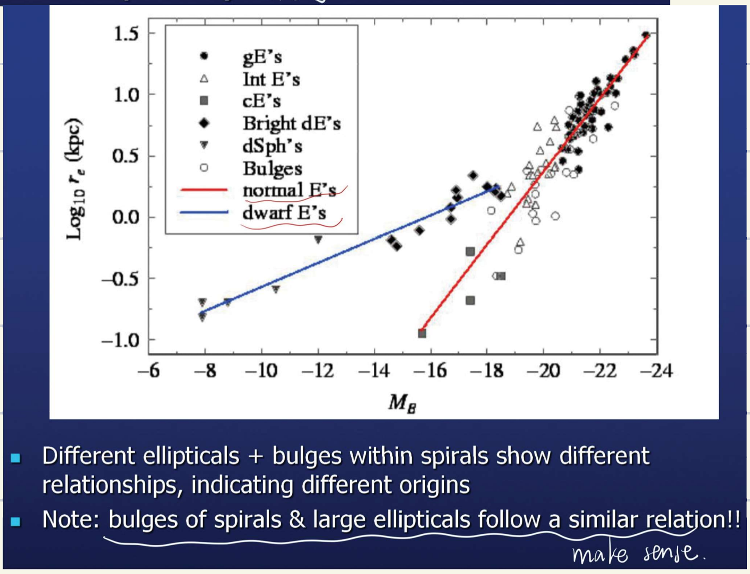
- Dwarf elliptical galaxies (dE's)

1-10 kpc across, ~$10^{7\text{-}9}$ Msun

- Dwarf spheroidal galaxies (dSph's)

0.1-0.5 kpc across, ~$10^{7\text{-}8}$ Msun, extremely faint, detected only in MW's vicinity, virtually devoid of gas

- Blue compact dwarf galaxies (BCD's) 已存与对比强烈星系.



- Different ellipticals + bulges within spirals show different relationships, indicating different origins
- Note: bulges of spirals & large ellipticals follow a similar relation!!

make sense.

表面光度分布: Sérsic profile:

$$I(R)=I_0 e^{-b_n\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{n}}}.$$

faint end: $n\sim 0.5$
brightest: $n>10$.
↓
cDs

椭圆星系的核球类似较大的旋涡星系.

动力学: 与旋涡星系相反的极端 —— virial 定理

Faber-Jackson 关系: $K\sim M\sigma^2$. $\varphi\sim\frac{GM^2}{R}$. $2K+\varphi=0$.

$\therefore \sigma^2\sim\frac{GM}{R}$. 而 $\frac{M}{L}=I$.　$\therefore L=4\pi R^2 I\propto\sigma^4$. (实际, 3~5)

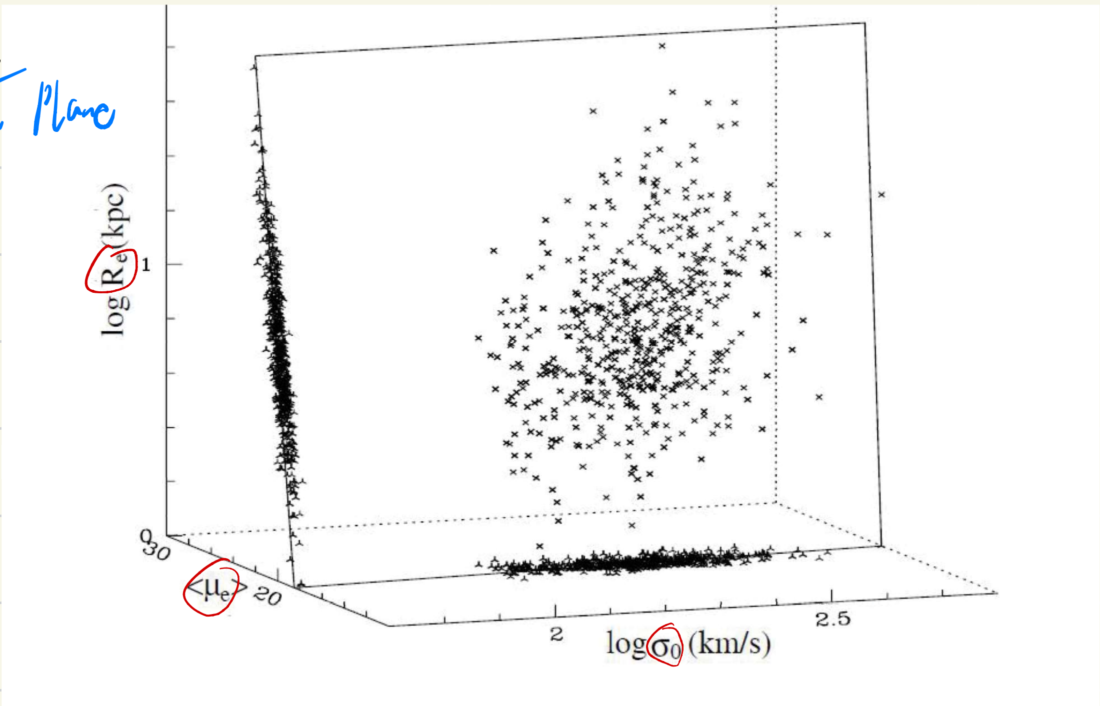
○ 而椭圆星系的 Tully-Fisher 关系由 $L\propto V_{max}^4$.

→ F-J 关系的推广：引入第三个参数 —— 有效半径 $r_e$.

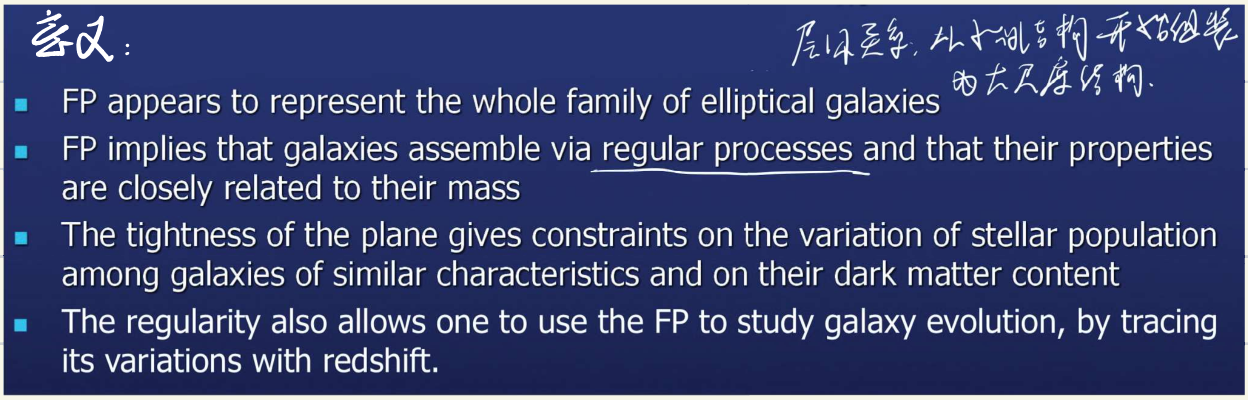
三参数的关系 — 基本面
Fundamental Plane

$L \propto \sigma_0^{2.65} r_e^{0.65}$.

$r_e \propto \sigma_0^{1.24} I_e^{-0.82}$.



The fundamental plane of elliptical galaxies in the $\log R_e$-$\log \sigma_0$-$\langle\mu\rangle_e$ space ($\sigma_0$ is the central velocity dispersion, and $\langle\mu\rangle_e$ is the mean surface brightness within $R_e$ expressed in magnitudes per square arcsecond). [Plot kindly provided by R. Saglia, based on data published in Saglia et al. (1997) and Wegner et al. (1999)]



含义：

层次关系，从小规模结构开始组装为大尺度结构.

- FP appears to represent the whole family of elliptical galaxies
- FP implies that galaxies assemble via regular processes and that their properties are closely related to their mass
- The tightness of the plane gives constraints on the variation of stellar population among galaxies of similar characteristics and on their dark matter content
- The regularity also allows one to use the FP to study galaxy evolution, by tracing its variations with redshift.

*旋转支撑的影响：

$$\left(\frac{V}{\sigma}\right)^* := \frac{\left(\frac{V_{rot}}{\sigma}\right)_{observed}}{\left(\frac{V_{rot}}{\sigma}\right)_{isotropic}}.$$

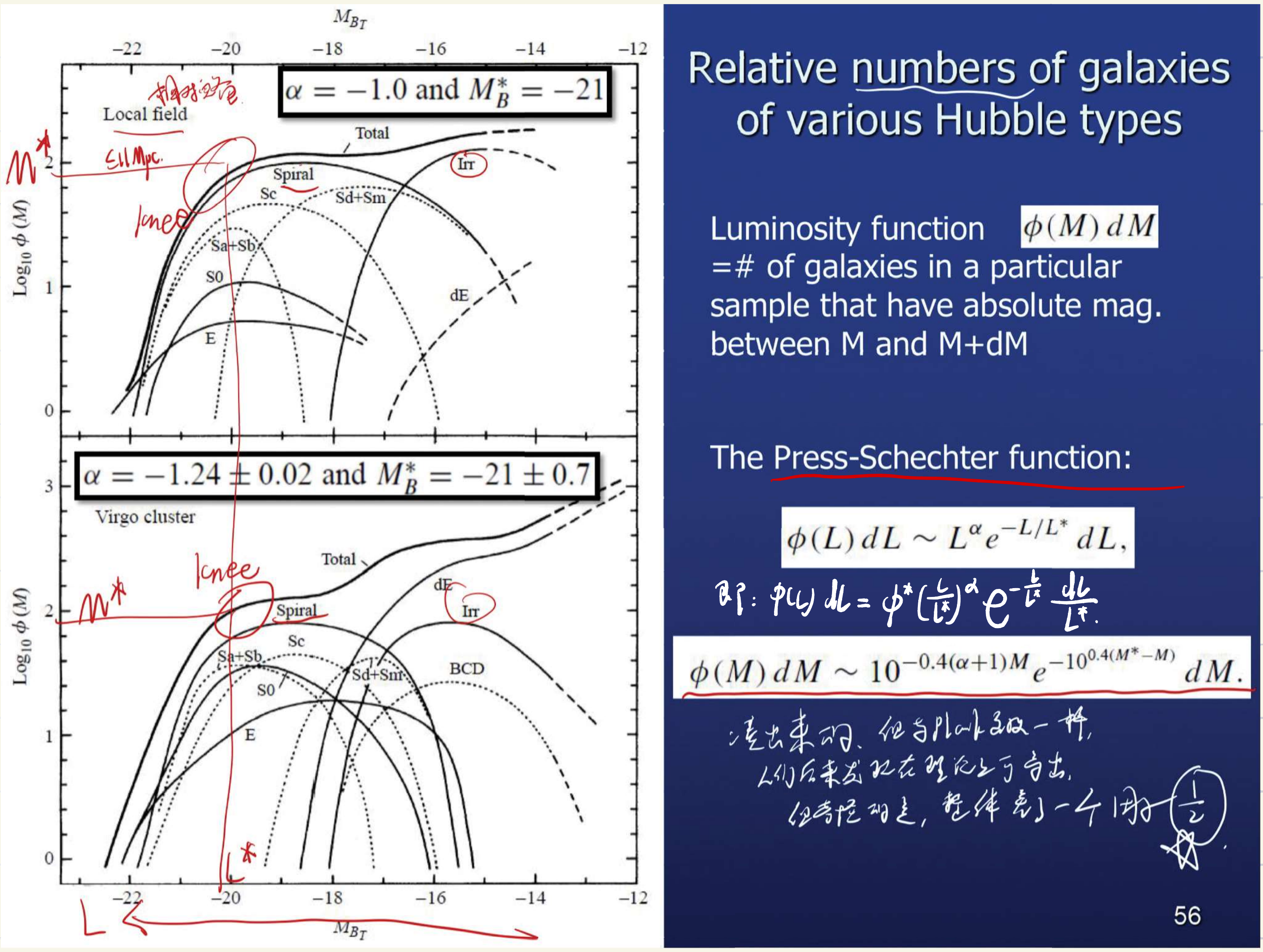
$M_B \in (-18, -20.5)$

$>0.7$: rotationally supported.

$\sim 0.4$: pressure supported

Bright Es, gEs.

- 光度函数：星系的人口普查。 以L为变量的概率密度函数.



## Relative numbers of galaxies of various Hubble types

Luminosity function $\phi(M)\,dM$ =# of galaxies in a particular sample that have absolute mag. between M and M+dM

The Press-Schechter function:

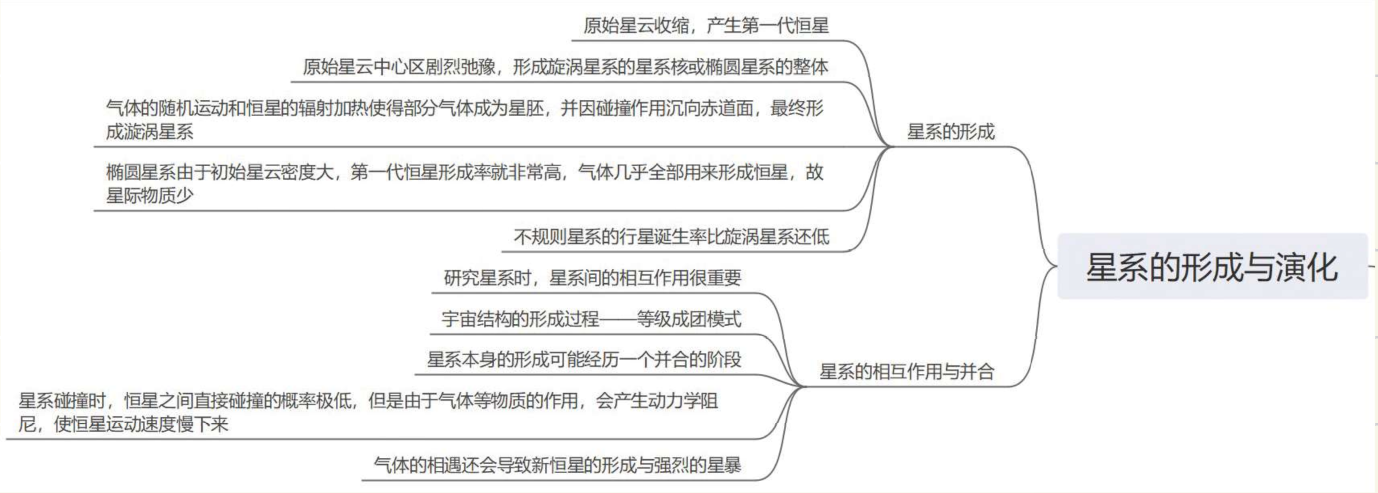
$$\phi(L)\,dL \sim L^{\alpha} e^{-L/L^*}\,dL,$$

即：$\phi(L)\,dL = \phi^*\left(\frac{L}{L^*}\right)^{\alpha} e^{-\frac{L}{L^*}}\frac{dL}{L^*}.$

$$\phi(M)\,dM \sim 10^{-0.4(\alpha+1)M} e^{-10^{0.4(M^*-M)}}\,dM.$$

凑出来的、但与Planck函数一样，
人们后来发现在理论上可导出，
但奇怪的是，整体差了一个因子 $\boxed{\frac{1}{2}}$ ☆.

# 星系相分布与演化

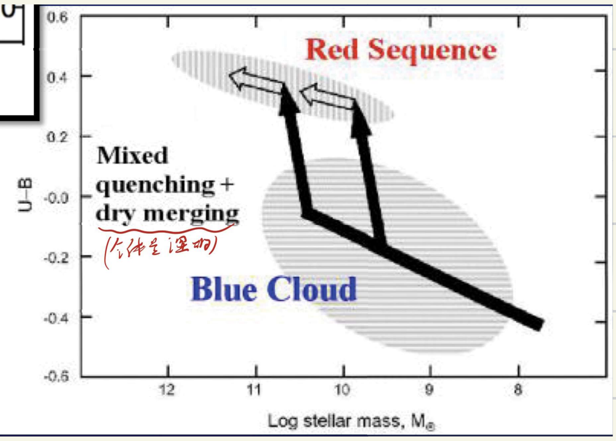


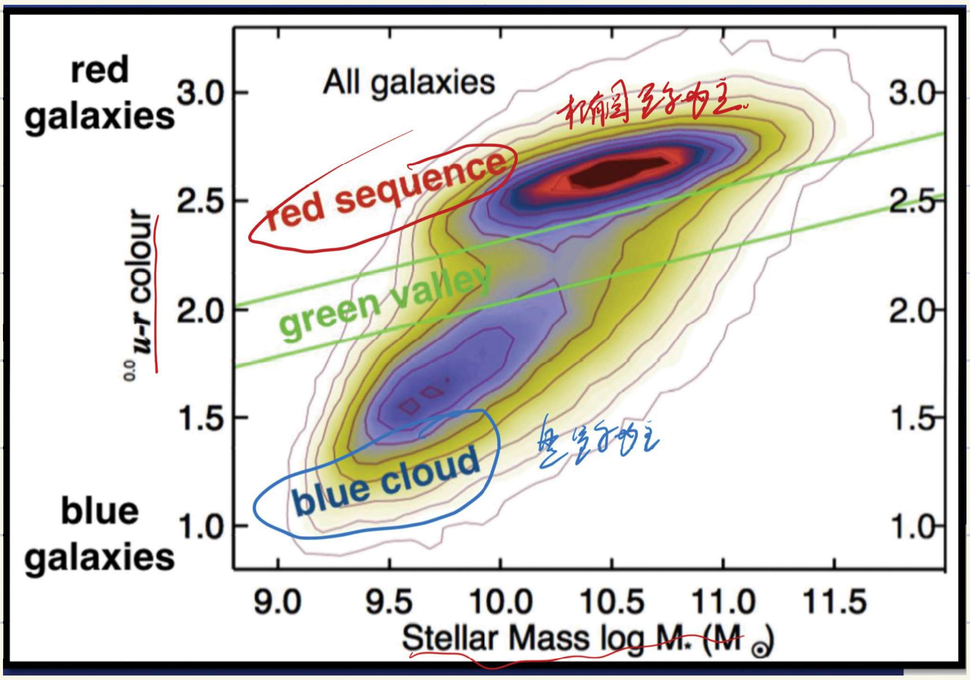
星系的形成与演化

星系的形成
- 原始星云收缩，产生第一代恒星
- 原始星云中心区剧烈弛豫，形成旋涡星系的星系核或椭圆星系的整体
- 气体的随机运动和恒星的辐射加热使得部分气体成为星胚，并因碰撞作用沉向赤道面，最终形成旋涡星系
- 椭圆星系由于初始星云密度大，第一代恒星形成率就非常高，气体几乎全部用来形成恒星，故星际物质少
- 不规则星系的行星诞生率比旋涡星系还低

星系的相互作用与并合
- 研究星系时，星系间的相互作用很重要
- 宇宙结构的形成过程——等级成团模式
- 星系本身的形成可能经历一个并合的阶段
- 星系碰撞时，恒星之间直接碰撞的概率极低，但是由于气体等物质的作用，会产生动力学阻尼，使恒星运动速度慢下来
- 气体的相遇还会导致新恒星的形成与强烈的星暴

星系的二分性 (Bimodality):





## 星系团 (cluster) 与 星系群 (group).

最大的 virial 结构. 1.5Mpc/h 内有 50 个以上. 成员星系多为 E 与 S0, 偏红.

大质量星系更多在中心, 且越往中心, 星系越红.

$$\text{引力质量} \xrightarrow{\div 10} \text{热气体质量} \xrightarrow{\div 10} \text{星系质量}$$

$10^{14}\sim10^{15}h^{-1}$　　$10^{13}\sim10^{14}h^{-\frac{5}{2}}$　　$10^{12}\sim10^{13}h^{-2}$.　　$(M_\odot)$

$T\sim10^8K$, 完全电离, X射线.

引力透镜: $\epsilon_{ff}(\nu) \propto n^2 T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{h\nu}{k_BT}}$. 不依赖[illegible].

星系的形成：理论与问题.

# Disk formation

利用 $10^8$K 的气体通过辐射作用 $t_{cool} \ll t_{Hubble}$ — 韧致辐射. 有时 cooling，有时 heating

- Effective cooling
- Gas contraction
- Absence of any interactions with other mass component
- Angular momentum conservation

$r_{cool} V t_{cool} = \frac{3}{2} N k T_{virial}$. 其中 $T_{virial} = \frac{\mu m_H \sigma^2}{3k}$. $\Rightarrow t_{cool} \sim 8$ Myr.

而 $t_{ff} = \left(\frac{3\pi}{32}\frac{1}{G\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}} \sim 200$ Myr. $\therefore t_{ff} > t_{cool}$. 但也有例外.

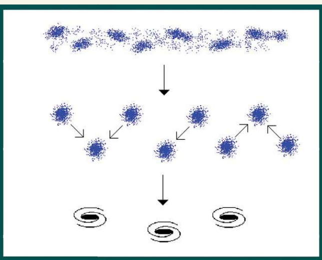
耗散坍缩模型.

最大的问题之一：卫星星系的观测数量远少于理论给出的.

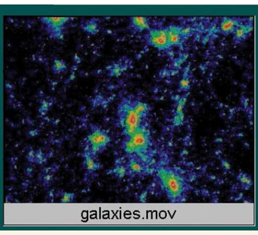
Missing satellite problem.

## 两种模型

(1) 自下而上模型（bottom-up）



- 较小的（~$10^6 M_\odot$）、不规则星系首先形成。
- 星系合并形成较大的（~$10^9$-$10^{11} M_\odot$）星系。
- 在引力的作用下聚集成星系团和超星系团，产生星系团间的巨洞。

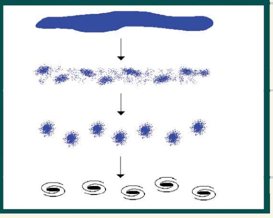


galaxies.mov

← 冷暗物质

(2) 由上而下 模型（top-down）

- 原始气体的坍缩首先产生巨大的（~$10^{14} M_\odot$）、薄饼状的云块（超星系团）。
- 云块分裂成星系团和星系。



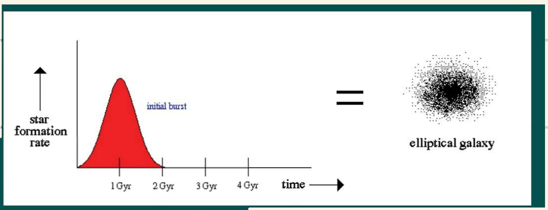
↑ 热暗物质.

## 2. 星系的演化

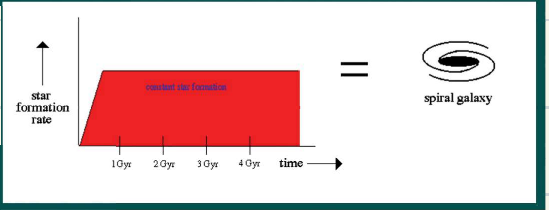
(1) 星系的形态与恒星形成

- 星系形成于气体云的坍缩。
  星系的形态与星系中的恒星形成有关。
- 如果恒星形成较快，
  → 星系内的气体很快被用光，
  → 没有星系盘形成，
  → 椭圆星系。
- 如果恒星形成较慢，
  → 星系内有大量的气体形成星系盘，
  → 盘内的恒星形成，
  → 旋涡星系。

(2) 内在因素



- 椭圆星系形成于初始涨落中的较密的区域，所有的气体在10亿年内耗尽用于形成恒星。



- 旋涡星系形成于相对较稀的区域，在湍动的影响下产生旋转，早期恒星形成过程产生晕和核中的恒星，剩余的气体形成盘，维持持续的恒星形成。

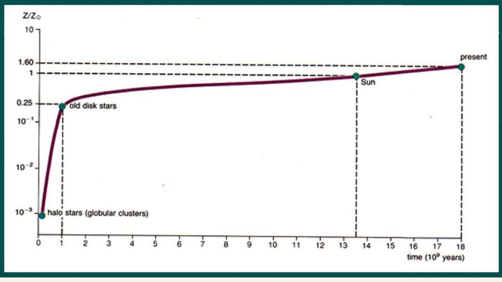
(3) 外部环境因素

- 观测线索
  质量最大的星系是椭圆星系，
  星系间的合并、碰撞，
  → 小星系的碰撞导致恒星的快速形成，
  → 形成椭圆星系。

# 银河系的起源——定性描述.

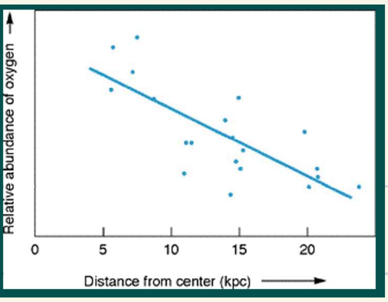
## 基本假设

- 恒星诞生于星际气体云中，它们的元素丰度反映了气体云的元素丰度。
- 恒星（球状星团）继承了气体云的转动。
- 大质量恒星演化得快，将核合成产生的重元素抛射到周围的星际介质中。随着银河系的演化，新形成的恒星的金属丰度逐渐增加。



## 1. 观测线索

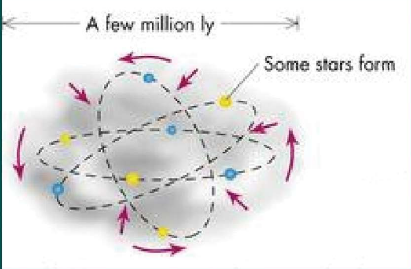
银河系物质的化学组成和动力学特征：金属元素丰度越低的天体离银道面越远（星族I—星族II）。



## 2. 银河系的起源

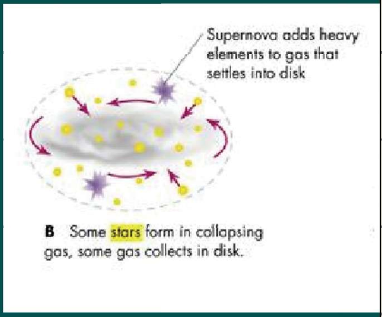
### (1)初始状态

- 约100-140亿年前，原初气体云 (~100 kpc) 在引力作用下坍缩。
- 原初气体云只由H和He构成，没有重元素。
- 在坍缩过程中形成致密的核心和云块。



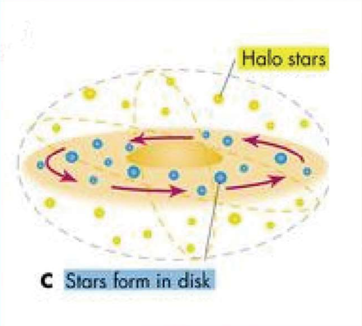
### (2) 银晕形成

- 云块在坍缩过程中不断碎裂成为更小的团块。
- 大约100亿年前，团块形成第一代（星族II）恒星（球状星团）。
- 球状星团保持坍缩气体云的特征：球对称分布，以无规则轨道绕银心旋转。
- 第一代恒星中的超新星爆发过程使气体云中重元素丰度逐渐增大。
- 迄今球状星团中的恒星只剩下低质量恒星。



### (3) 银盘形成

- 气体收缩的同时旋转加快，形状变扁，银盘出现。
- 银盘密度不断增加，第一代星族I恒星形成，恒星以圆轨道绕银心转动。
- 随着恒星的演化和超新星爆发，新生恒星金属元素丰度逐渐增加。
- 银河系的外晕可能形成于银河系和其他小星系间的相互作用。



# *AGN

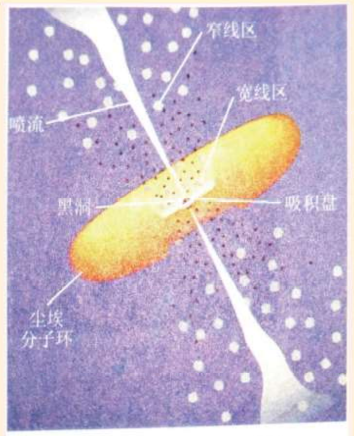


图 6.29 AGN 的统一模型

活动星系核（AGN）统一模型
- 要点
  - 星系核中心有超大黑洞，质量范围10^6~10^9太阳质量
  - 黑洞吸积盘延展到10~1000史瓦西半径，吸积盘发出各个波段的辐射
  - 黑洞附近有一个宽发射线区，由稠密气体云构成，并环绕黑洞运动
  - 宽线区外有窄线区，不仅发射窄的允许谱线，还发射窄的禁线
  - 吸积盘外有由尘埃和分子构成的环状体
  - 喷流
    - 发出很强的同步加速辐射，几乎覆盖所有波段
- 黑洞——AGN的中心引擎
  - 核反应最多只有0.7%的能量转换率
  - 黑洞可以使粒子40%的静能转化为辐射能
- 喷流
  - 喷流高度定向
    - 射束效应
      - 背离观测者的喷流发出的光束集中在其前方
  - 喷流能量的维持
    - 估计有一种电子的能量补充机制
  - 错觉原因
    - 对喷流速度的测量不是直接的，而是用角位移乘距离
    - 因此受狭义相对论影响，角位移大于实际值
    - 视超光速运动

与银河系一样，至于AGN的起源我们就不详述了.

# 宇宙学

注意区别[illegible]多普勒和宇红移的影响.

宇宙的红移: Hubble's Law: $v = H_0 d$. 红移 $z := \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{rest}}$.

$$d = \frac{cz}{H_0} \quad (z \ll 1,\ 此时\ z \sim \frac{v}{c}).$$

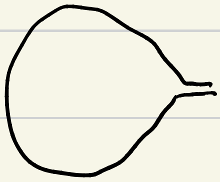
$z \leq 2$ 的近似: $d = \frac{c}{H_0} \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$.

一般记 $H_0 = 100h\ \mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$. $[h]_{WMAP} = 0.71^{+0.04}_{-0.03}$.

Hubble 时间 $t_H := \frac{1}{H_0} = 1.38 \times 10^{10}\,\mathrm{yr}$.

宇宙学原理: 各向同性、均匀. Hubble 定律是膨胀宇宙的必然结果.

宇宙学模型: $\overset{物理距离}{r(t)} = \overset{尺度因子}{R(t)}\ \overset{共动坐标}{\varpi}$　　o 气球模型的比喻:



$$R = \frac{1}{1+z}, \quad H(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}.$$

爱因斯坦的Λ方程: $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}$.

弯曲时空: 定义曲率 $k(t) = \frac{3}{\pi} \lim_{D \to 0} \frac{2\pi D - C_{mes}}{D}$.

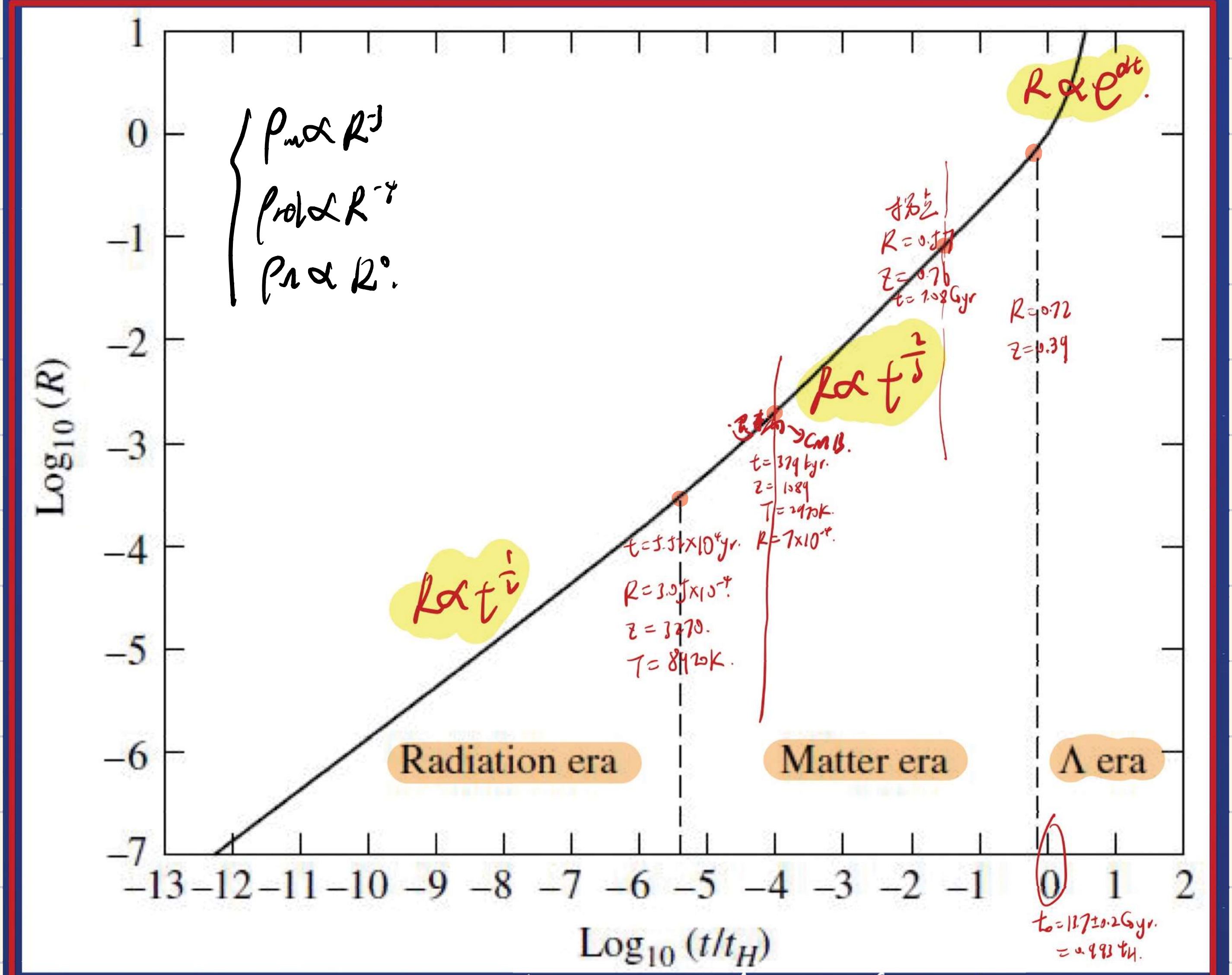
Robertson-Walker 度规: $(ds)^2 = (c\,dt)^2 - R^2(t)\left[\left(\frac{d\varpi}{\sqrt{1-k\varpi^2}}\right)^2 + (\varpi\, d\theta)^2 + (\varpi \sin\theta\, d\varphi)^2\right]$.

☆ Friedmann 方程: $\left[\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{8}{3}\pi G\left(\rho_m + \overset{\frac{u}{c^2}}{\overset{!!}{\rho_{rel}}} + \overset{\frac{\Lambda c^2}{8\pi G}}{\overset{//}{\rho_\Lambda}}\right)\right] R^2 = -kc^2$.

加速方程: $\ddot{R} = -\frac{4}{3}\pi G R \left[\rho_m + \rho_{rel} + \rho_\Lambda + \frac{3(P_m + P_{rel} + P_\Lambda)}{c^2}\right]$

物态方程: $P = w\rho c^2$, $\begin{cases} w = 0: & 尘埃 \\ w = \frac{1}{3}: & 黑体 \\ w = -1: & 真空(暗能量) \end{cases}$

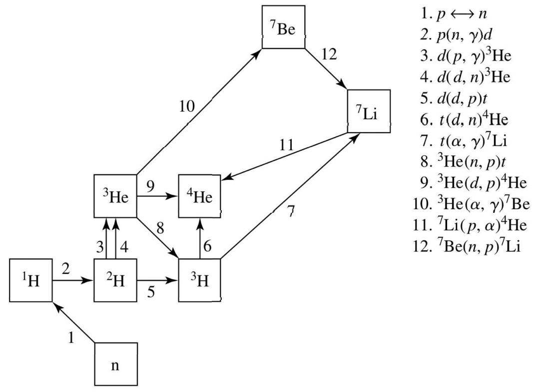
* 尺度因子的演化:



R(t). the evolution of scale factor R.

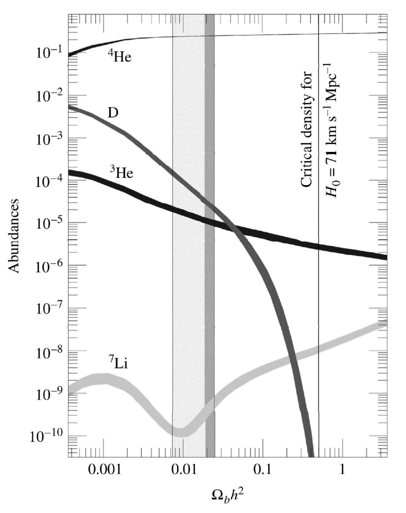
详细推论与公式见笔记与 An Introduction —— . 下同.

*原初核合成:



1. $p \leftrightarrow n$
2. $p(n,\gamma)d$
3. $d(p,\gamma)^3$He
4. $d(d,n)^3$He
5. $d(d,p)t$
6. $t(d,n)^4$He
7. $t(\alpha,\gamma)^7$Li
8. $^3$He$(n,p)t$
9. $^3$He$(d,p)^4$He
10. $^3$He$(\alpha,\gamma)^7$Be
11. $^7$Li$(p,\alpha)^4$He
12. $^7$Be$(n,p)^7$Li

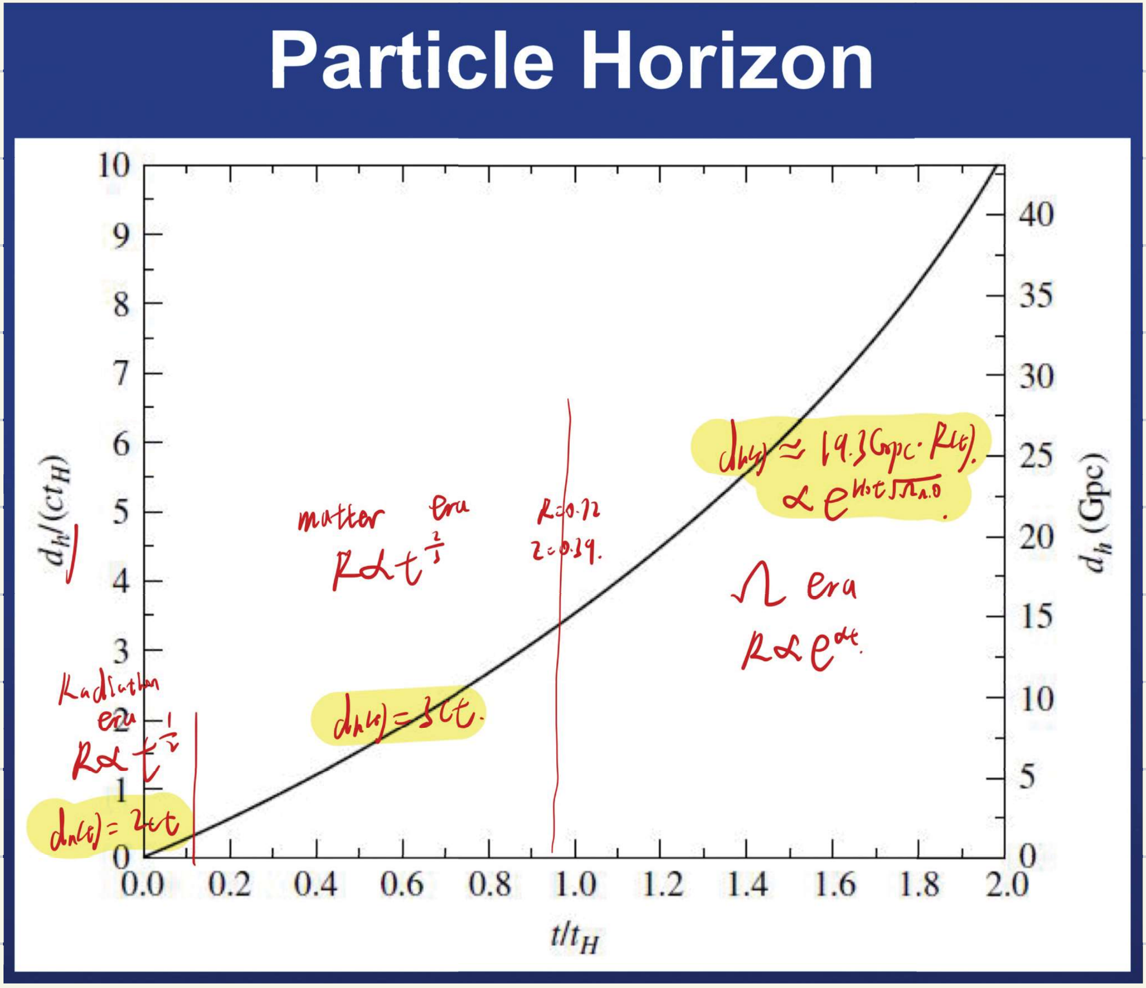
**FIGURE 13** The reaction network that is responsible for Big Bang nucleosynthesis. The letter "*d*" stands for deuterium, and "*t*" stands for tritium. (Figure adapted from Nollett and Burles, *Phys. Rev. D*, *61*, 123505, 2000.)



观测宇宙学：考虑 $\int_{t_e}^{t_0}\frac{c\,dt}{R(t)}=\int_0^{\varpi_e}\frac{d\varpi}{\sqrt{1-k\varpi^2}}$. $\Rightarrow$ 时间膨胀 $\frac{dt_0}{dt_e}=1+z$

可观测宇宙的边界 — 视界：与最远可观测点的世界线长度.

$d_h(t)=R(t)\int_0^t\frac{c\,dt}{R(t)}$.



Particle Horizon

* 光子的路径：$d_p(t)=3ct_0\left[\left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3}}-\left(\frac{t}{t_0}\right)\right]$.

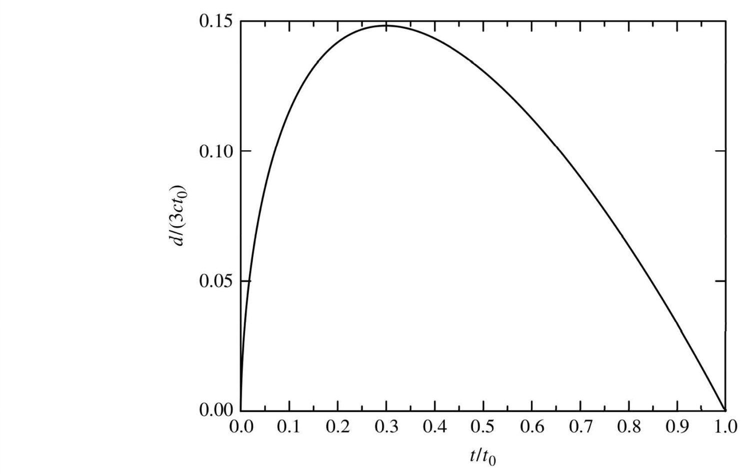


**FIGURE 23** The proper distance from Earth of a photon emitted from the present particle horizon at the time of the Big Bang. The photon's proper distance is expressed as a fraction of $3ct_0$.

*几种不同的"距离"随宇宙膨胀的表现;

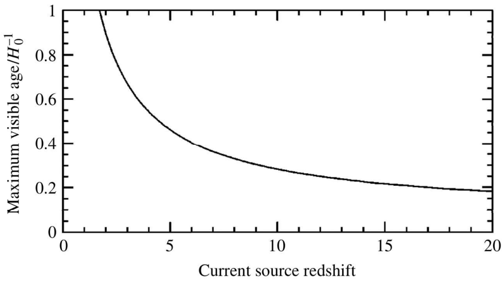


**FIGURE 24** The maximum visible age of a source, in units of $t_H = 1/H_0$, as a function of its current redshift. (Figure adapted from Loeb, *Phys. Rev. D*, *65*, 047301, 2002.)

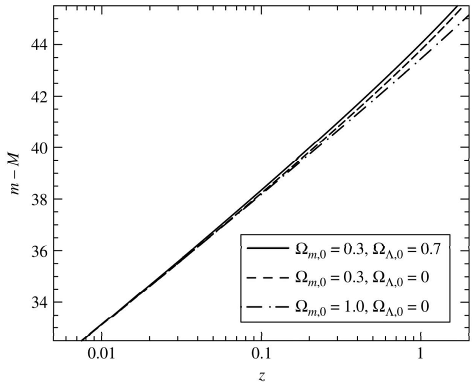


**FIGURE 26** The redshift–magnitude relation for $h = 0.71$ and several values of $\Omega_{m,0}$ and $\Omega_{\Lambda,0}$.

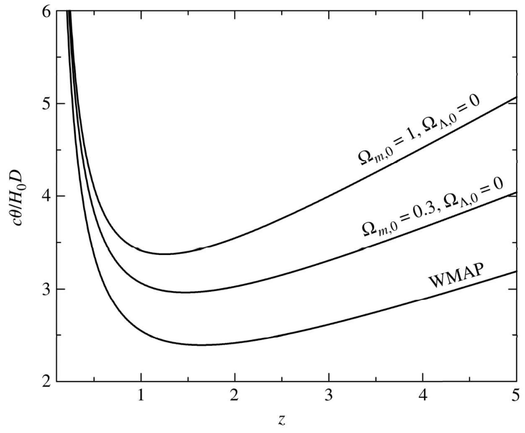


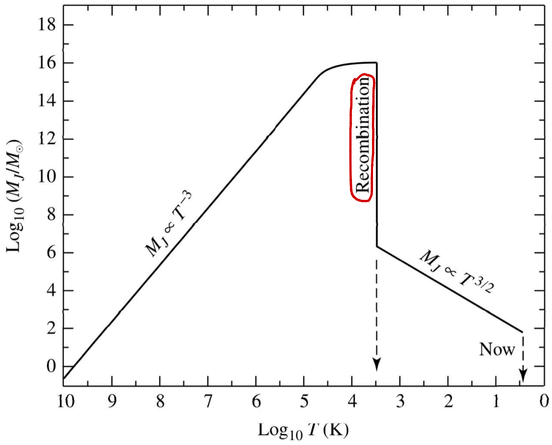
**FIGURE 30** The angular diameter $\theta$ of a galaxy in units of $H_0D/c$ for several values of $\Omega_{m,0}$ and $\Omega_{\Lambda,0}$.

*宇宙结构的形成.

再结合(Recombination)的Jeans质量: $M_J = \left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$.

$= \frac{9\rho}{2\sqrt{2}} \frac{V_s^3}{(G\rho)^{\frac{3}{2}}}$. $\sim 10^{16} M_\odot$.

其中 $V_s = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} = \frac{c}{\sqrt{3}}$.



after Recombination: $M_J \sim 1.9 \times 10^6 M_\odot$.

**FIGURE 7** The variation of the Jeans mass, $M_J$, with temperature as the universe expands. The sharp peak at the time of recombination is actually leveled off by the presence of dark matter at about $M_J \simeq 10^{16}$ $M_\odot$.

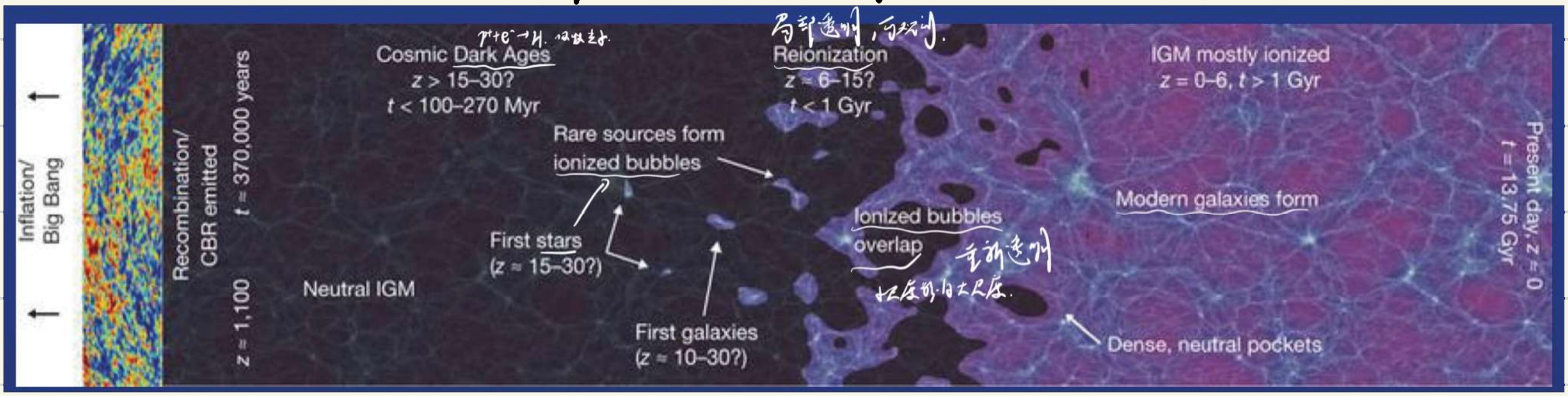
各层次结构的形成：

**TABLE 3** Redshifts for Structure Formation. Approximate redshifts at the time of the formation of various structures. (Adapted from Peebles, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1993.)

| Structure | Redshift |
|---|---|
| Density fluctuations in CMB | $[z_{\mathrm{dec}}]_{\mathrm{WMAP}} = 1089$ |
| Spheroids of galaxies | $z \sim 20$ |
| The first engines of active galactic nuclei | $z \geq 10$ |
| The intergalactic medium | $z \sim 10$ |
| Dark halos of galaxies | $z \sim 5$ |
| The first 10% of heavy elements | $z \geq 3$ |
| Rich clusters of galaxies | $z \sim 2$ |
| Thin disks of spiral galaxies | $z \sim 1$ |
| Superclusters, walls, and voids | $z \sim 1$ |

黑暗时期：$p^+ + e^- \to H$原子.
吸收辐射，变不透明

再电离时期：第一代恒星电离H，
打出一个电子. 最终完全电离.



大爆炸宇宙学的三个问题
- CMB过于各向同性 ($\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$)
- 宇宙太过接近平坦 ($\Omega_0 \to 1$)
- 磁单极子缺失之谜. ($mc^2 \sim 10^{16}$ GeV)

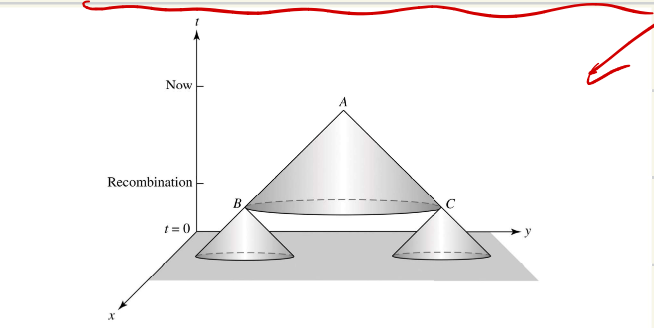


**FIGURE 3** The horizon problem. The same CMB spectrum is observed at Point *A* from Points *B* and *C*, although *B* and *C* have never been in causal contact.

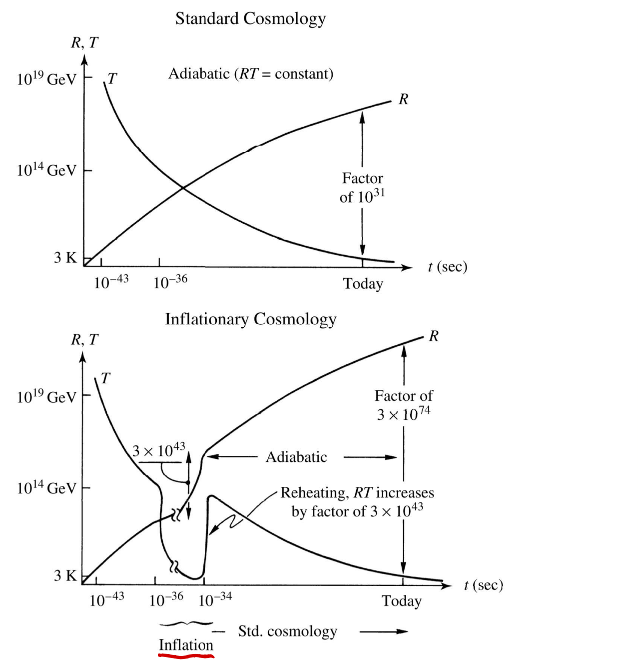


**FIGURE 4** The evolution of the temperature of the universe and the scale factor, without and with inflation. Except for the bottom value, the temperature is given in terms of $kT$. (Figure adapted from Edward W. Kolb and Michael S. Turner, *The Early Universe* (page 274), ©1990 by Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, MA. Reprinted by permission of the publisher.)

暴胀(Inflation)宇宙学：

$$\text{真空能 } u_{vac} \approx \frac{2m_p^4c^5}{\hbar^3} \approx \frac{2c^7}{\hbar G^2}$$

$$u_{vac} = -P_{vac}$$

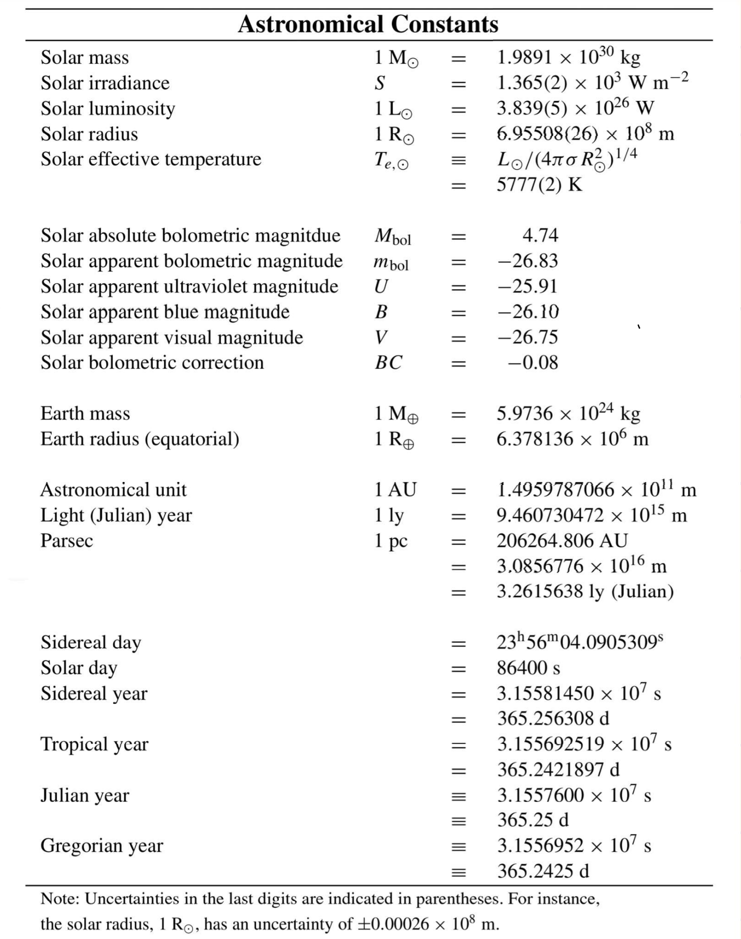
问题：$u_{fv} = 10^{105}\ \mathrm{TeV\cdot m^{-3}} = 1.6\times10^{98}\ \mathrm{J\cdot m^{-3}}$

$$\Downarrow$$

$$u_{de} = \rho_\Lambda c^2 = 6.22\times10^{-10}\ \mathrm{J\cdot m^{-3}}.$$

# 附录：物理常数与观测数据

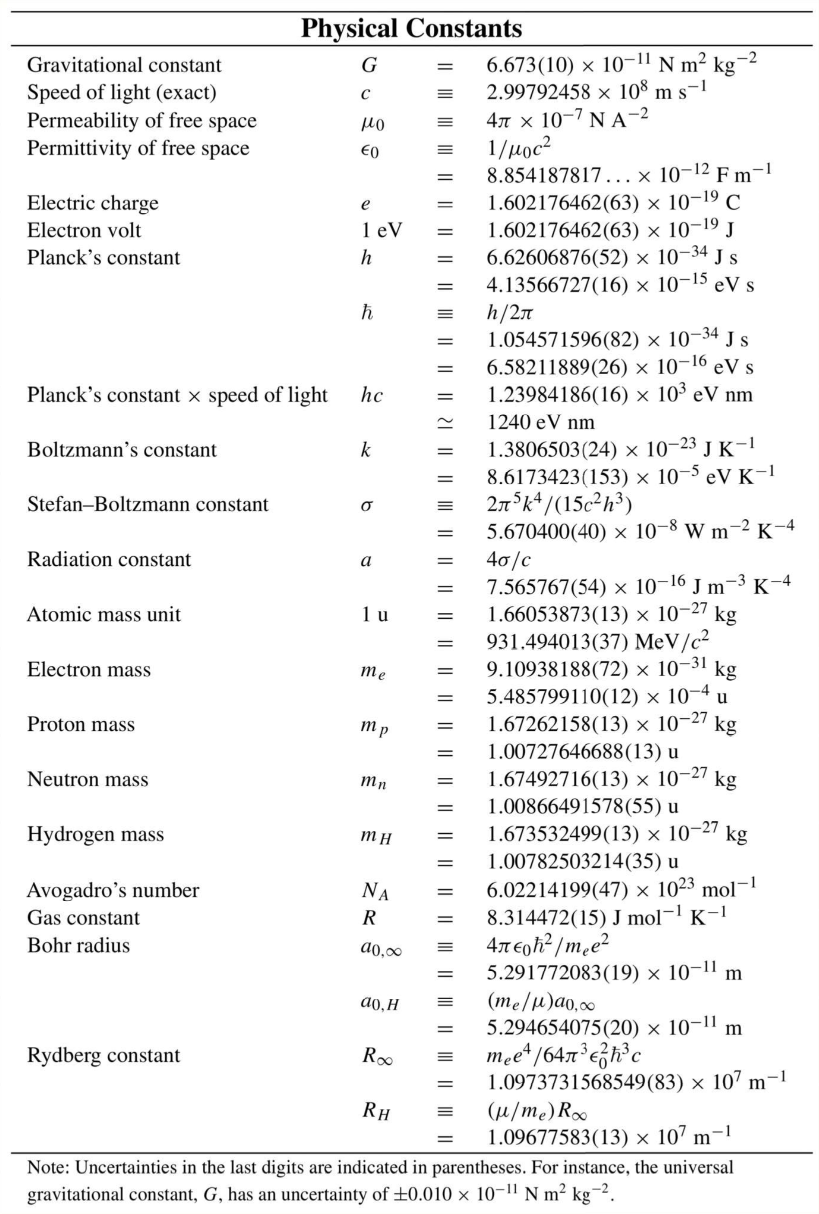
没有什么比一张物理常量表更能体现人类知识的结晶了.



### Astronomical Constants

| | | | |
|---|---|---|---|
| Solar mass | 1 $M_\odot$ | = | $1.9891 \times 10^{30}$ kg |
| Solar irradiance | $S$ | = | $1.365(2) \times 10^{3}$ W m$^{-2}$ |
| Solar luminosity | 1 $L_\odot$ | = | $3.839(5) \times 10^{26}$ W |
| Solar radius | 1 $R_\odot$ | = | $6.95508(26) \times 10^{8}$ m |
| Solar effective temperature | $T_{e,\odot}$ | ≡ | $L_\odot/(4\pi\sigma R_\odot^2)^{1/4}$ |
| | | = | 5777(2) K |
| Solar absolute bolometric magnitdue | $M_{\rm bol}$ | = | 4.74 |
| Solar apparent bolometric magnitude | $m_{\rm bol}$ | = | −26.83 |
| Solar apparent ultraviolet magnitude | $U$ | = | −25.91 |
| Solar apparent blue magnitude | $B$ | = | −26.10 |
| Solar apparent visual magnitude | $V$ | = | −26.75 |
| Solar bolometric correction | $BC$ | = | −0.08 |
| Earth mass | 1 $M_\oplus$ | = | $5.9736 \times 10^{24}$ kg |
| Earth radius (equatorial) | 1 $R_\oplus$ | = | $6.378136 \times 10^{6}$ m |
| Astronomical unit | 1 AU | = | $1.4959787066 \times 10^{11}$ m |
| Light (Julian) year | 1 ly | = | $9.460730472 \times 10^{15}$ m |
| Parsec | 1 pc | = | 206264.806 AU |
| | | = | $3.0856776 \times 10^{16}$ m |
| | | = | 3.2615638 ly (Julian) |
| Sidereal day | | = | $23^{\rm h}56^{\rm m}04.0905309^{\rm s}$ |
| Solar day | | = | 86400 s |
| Sidereal year | | = | $3.15581450 \times 10^{7}$ s |
| | | = | 365.256308 d |
| Tropical year | | = | $3.155692519 \times 10^{7}$ s |
| | | = | 365.2421897 d |
| Julian year | | ≡ | $3.1557600 \times 10^{7}$ s |
| | | ≡ | 365.25 d |
| Gregorian year | | ≡ | $3.1556952 \times 10^{7}$ s |
| | | ≡ | 365.2425 d |

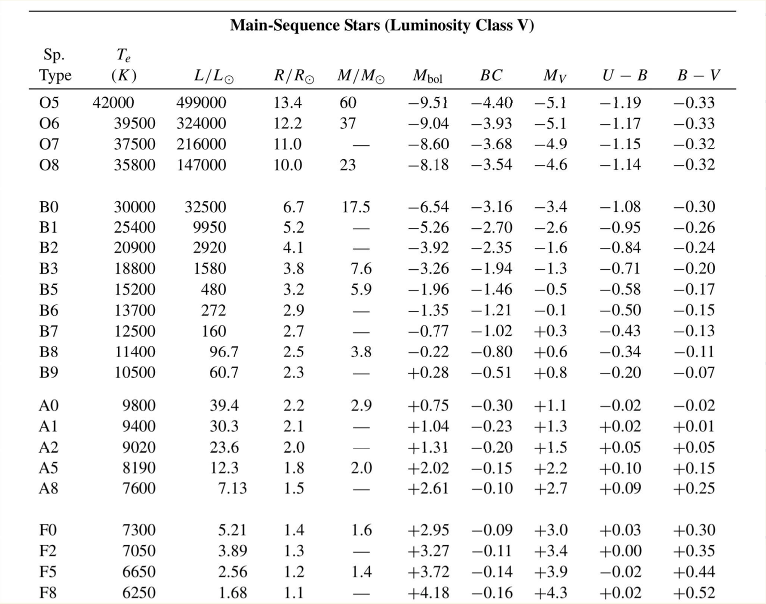
Note: Uncertainties in the last digits are indicated in parentheses. For instance, the solar radius, 1 $R_\odot$, has an uncertainty of $\pm 0.00026 \times 10^{8}$ m.



### Physical Constants

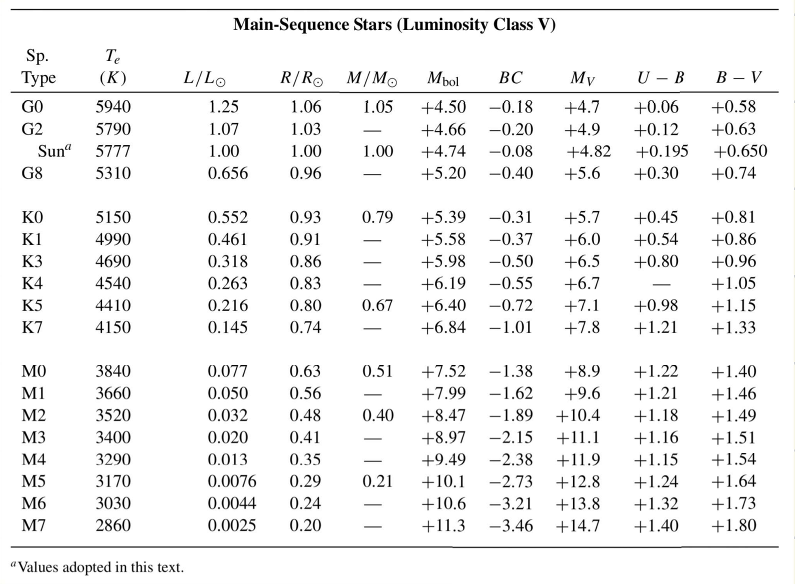
| | | | |
|---|---|---|---|
| Gravitational constant | $G$ | = | $6.673(10) \times 10^{-11}$ N m$^2$ kg$^{-2}$ |
| Speed of light (exact) | $c$ | ≡ | $2.99792458 \times 10^{8}$ m s$^{-1}$ |
| Permeability of free space | $\mu_0$ | ≡ | $4\pi \times 10^{-7}$ N A$^{-2}$ |
| Permittivity of free space | $\epsilon_0$ | ≡ | $1/\mu_0 c^2$ |
| | | = | $8.854187817\ldots \times 10^{-12}$ F m$^{-1}$ |
| Electric charge | $e$ | = | $1.602176462(63) \times 10^{-19}$ C |
| Electron volt | 1 eV | = | $1.602176462(63) \times 10^{-19}$ J |
| Planck's constant | $h$ | = | $6.62606876(52) \times 10^{-34}$ J s |
| | | = | $4.13566727(16) \times 10^{-15}$ eV s |
| | $\hbar$ | ≡ | $h/2\pi$ |
| | | = | $1.054571596(82) \times 10^{-34}$ J s |
| | | = | $6.58211889(26) \times 10^{-16}$ eV s |
| Planck's constant × speed of light | $hc$ | = | $1.23984186(16) \times 10^{3}$ eV nm |
| | | ≃ | 1240 eV nm |
| Boltzmann's constant | $k$ | = | $1.3806503(24) \times 10^{-23}$ J K$^{-1}$ |
| | | = | $8.6173423(153) \times 10^{-5}$ eV K$^{-1}$ |
| Stefan–Boltzmann constant | $\sigma$ | ≡ | $2\pi^5 k^4/(15c^2h^3)$ |
| | | = | $5.670400(40) \times 10^{-8}$ W m$^{-2}$ K$^{-4}$ |
| Radiation constant | $a$ | = | $4\sigma/c$ |
| | | = | $7.565767(54) \times 10^{-16}$ J m$^{-3}$ K$^{-4}$ |
| Atomic mass unit | 1 u | = | $1.66053873(13) \times 10^{-27}$ kg |
| | | = | 931.494013(37) MeV/$c^2$ |
| Electron mass | $m_e$ | = | $9.10938188(72) \times 10^{-31}$ kg |
| | | = | $5.485799110(12) \times 10^{-4}$ u |
| Proton mass | $m_p$ | = | $1.67262158(13) \times 10^{-27}$ kg |
| | | = | 1.00727646688(13) u |
| Neutron mass | $m_n$ | = | $1.67492716(13) \times 10^{-27}$ kg |
| | | = | 1.00866491578(55) u |
| Hydrogen mass | $m_H$ | = | $1.673532499(13) \times 10^{-27}$ kg |
| | | = | 1.00782503214(35) u |
| Avogadro's number | $N_A$ | = | $6.02214199(47) \times 10^{23}$ mol$^{-1}$ |
| Gas constant | $R$ | = | 8.314472(15) J mol$^{-1}$ K$^{-1}$ |
| Bohr radius | $a_{0,\infty}$ | ≡ | $4\pi\epsilon_0\hbar^2/m_e e^2$ |
| | | = | $5.291772083(19) \times 10^{-11}$ m |
| | $a_{0,H}$ | ≡ | $(m_e/\mu)a_{0,\infty}$ |
| | | = | $5.294654075(20) \times 10^{-11}$ m |
| Rydberg constant | $R_\infty$ | ≡ | $m_e e^4/64\pi^3\epsilon_0^2\hbar^3 c$ |
| | | = | $1.0973731568549(83) \times 10^{7}$ m$^{-1}$ |
| | $R_H$ | ≡ | $(\mu/m_e)R_\infty$ |
| | | = | $1.09677583(13) \times 10^{7}$ m$^{-1}$ |

Note: Uncertainties in the last digits are indicated in parentheses. For instance, the universal gravitational constant, $G$, has an uncertainty of $\pm 0.010 \times 10^{-11}$ N m$^2$ kg$^{-2}$.



### Main-Sequence Stars (Luminosity Class V)

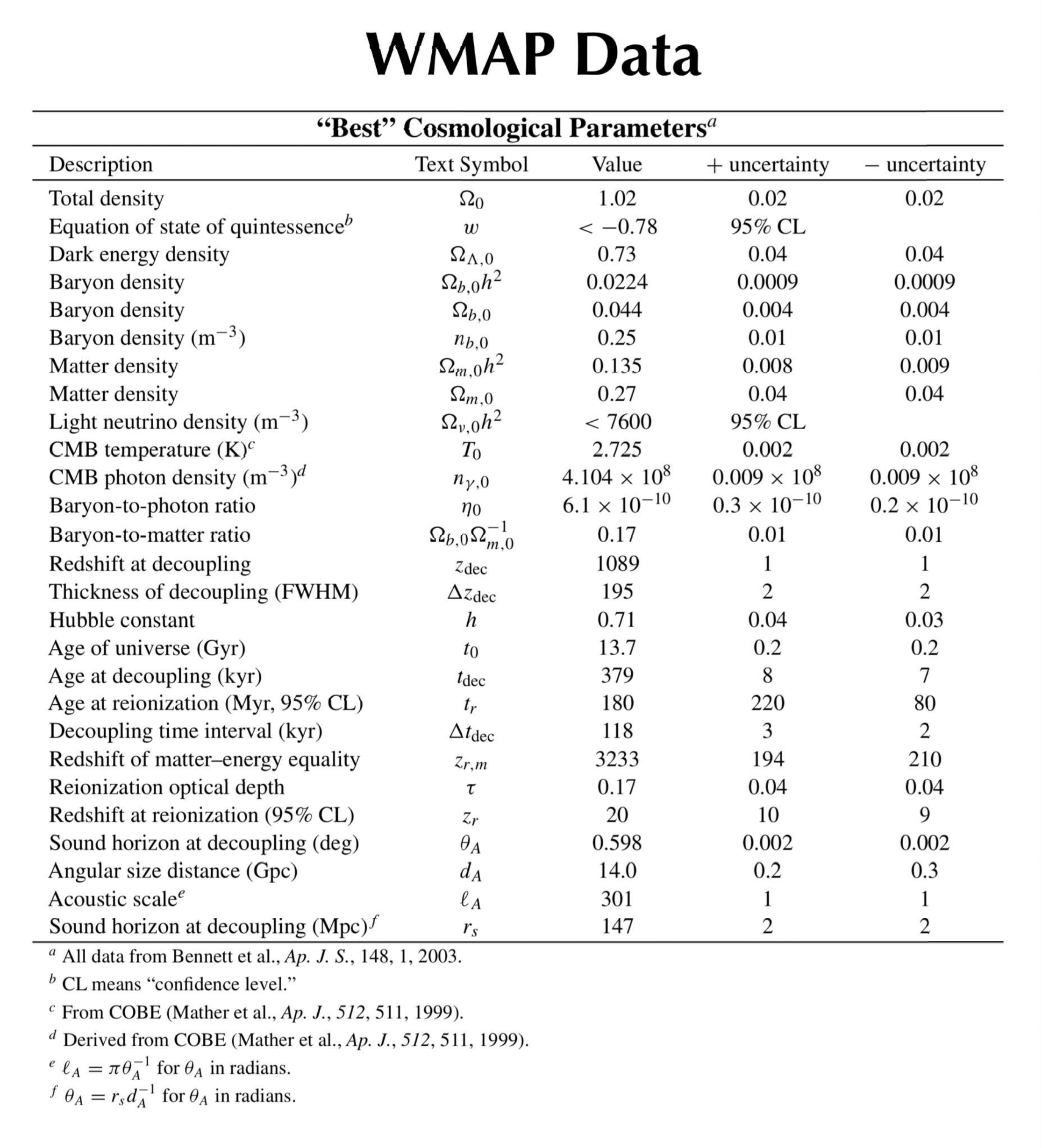
| Sp. Type | $T_e$ ($K$) | $L/L_\odot$ | $R/R_\odot$ | $M/M_\odot$ | $M_{\rm bol}$ | $BC$ | $M_V$ | $U-B$ | $B-V$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O5 | 42000 | 499000 | 13.4 | 60 | −9.51 | −4.40 | −5.1 | −1.19 | −0.33 |
| O6 | 39500 | 324000 | 12.2 | 37 | −9.04 | −3.93 | −5.1 | −1.17 | −0.33 |
| O7 | 37500 | 216000 | 11.0 | — | −8.60 | −3.68 | −4.9 | −1.15 | −0.32 |
| O8 | 35800 | 147000 | 10.0 | 23 | −8.18 | −3.54 | −4.6 | −1.14 | −0.32 |
| B0 | 30000 | 32500 | 6.7 | 17.5 | −6.54 | −3.16 | −3.4 | −1.08 | −0.30 |
| B1 | 25400 | 9950 | 5.2 | — | −5.26 | −2.70 | −2.6 | −0.95 | −0.26 |
| B2 | 20900 | 2920 | 4.1 | — | −3.92 | −2.35 | −1.6 | −0.84 | −0.24 |
| B3 | 18800 | 1580 | 3.8 | 7.6 | −3.26 | −1.94 | −1.3 | −0.71 | −0.20 |
| B5 | 15200 | 480 | 3.2 | 5.9 | −1.96 | −1.46 | −0.5 | −0.58 | −0.17 |
| B6 | 13700 | 272 | 2.9 | — | −1.35 | −1.21 | −0.1 | −0.50 | −0.15 |
| B7 | 12500 | 160 | 2.7 | — | −0.77 | −1.02 | +0.3 | −0.43 | −0.13 |
| B8 | 11400 | 96.7 | 2.5 | 3.8 | −0.22 | −0.80 | +0.6 | −0.34 | −0.11 |
| B9 | 10500 | 60.7 | 2.3 | — | +0.28 | −0.51 | +0.8 | −0.20 | −0.07 |
| A0 | 9800 | 39.4 | 2.2 | 2.9 | +0.75 | −0.30 | +1.1 | −0.02 | −0.02 |
| A1 | 9400 | 30.3 | 2.1 | — | +1.04 | −0.23 | +1.3 | +0.02 | +0.01 |
| A2 | 9020 | 23.6 | 2.0 | — | +1.31 | −0.20 | +1.5 | +0.05 | +0.05 |
| A5 | 8190 | 12.3 | 1.8 | 2.0 | +2.02 | −0.15 | +2.2 | +0.10 | +0.15 |
| A8 | 7600 | 7.13 | 1.5 | — | +2.61 | −0.10 | +2.7 | +0.09 | +0.25 |
| F0 | 7300 | 5.21 | 1.4 | 1.6 | +2.95 | −0.09 | +3.0 | +0.03 | +0.30 |
| F2 | 7050 | 3.89 | 1.3 | — | +3.27 | −0.11 | +3.4 | +0.00 | +0.35 |
| F5 | 6650 | 2.56 | 1.2 | 1.4 | +3.72 | −0.14 | +3.9 | −0.02 | +0.44 |
| F8 | 6250 | 1.68 | 1.1 | — | +4.18 | −0.16 | +4.3 | +0.02 | +0.52 |



### Main-Sequence Stars (Luminosity Class V)

| Sp. Type | $T_e$ ($K$) | $L/L_\odot$ | $R/R_\odot$ | $M/M_\odot$ | $M_{\rm bol}$ | $BC$ | $M_V$ | $U-B$ | $B-V$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G0 | 5940 | 1.25 | 1.06 | 1.05 | +4.50 | −0.18 | +4.7 | +0.06 | +0.58 |
| G2 | 5790 | 1.07 | 1.03 | — | +4.66 | −0.20 | +4.9 | +0.12 | +0.63 |
| Sun[a] | 5777 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | +4.74 | −0.08 | +4.82 | +0.195 | +0.650 |
| G8 | 5310 | 0.656 | 0.96 | — | +5.20 | −0.40 | +5.6 | +0.30 | +0.74 |
| K0 | 5150 | 0.552 | 0.93 | 0.79 | +5.39 | −0.31 | +5.7 | +0.45 | +0.81 |
| K1 | 4990 | 0.461 | 0.91 | — | +5.58 | −0.37 | +6.0 | +0.54 | +0.86 |
| K3 | 4690 | 0.318 | 0.86 | — | +5.98 | −0.50 | +6.5 | +0.80 | +0.96 |
| K4 | 4540 | 0.263 | 0.83 | — | +6.19 | −0.55 | +6.7 | — | +1.05 |
| K5 | 4410 | 0.216 | 0.80 | 0.67 | +6.40 | −0.72 | +7.1 | +0.98 | +1.15 |
| K7 | 4150 | 0.145 | 0.74 | — | +6.84 | −1.01 | +7.8 | +1.21 | +1.33 |
| M0 | 3840 | 0.077 | 0.63 | 0.51 | +7.52 | −1.38 | +8.9 | +1.22 | +1.40 |
| M1 | 3660 | 0.050 | 0.56 | — | +7.99 | −1.62 | +9.6 | +1.21 | +1.46 |
| M2 | 3520 | 0.032 | 0.48 | 0.40 | +8.47 | −1.89 | +10.4 | +1.18 | +1.49 |
| M3 | 3400 | 0.020 | 0.41 | — | +8.97 | −2.15 | +11.1 | +1.16 | +1.51 |
| M4 | 3290 | 0.013 | 0.35 | — | +9.49 | −2.38 | +11.9 | +1.15 | +1.54 |
| M5 | 3170 | 0.0076 | 0.29 | 0.21 | +10.1 | −2.73 | +12.8 | +1.24 | +1.64 |
| M6 | 3030 | 0.0044 | 0.24 | — | +10.6 | −3.21 | +13.8 | +1.32 | +1.73 |
| M7 | 2860 | 0.0025 | 0.20 | — | +11.3 | −3.46 | +14.7 | +1.40 | +1.80 |

[a] Values adopted in this text.



# WMAP Data

**"Best" Cosmological Parameters**[a]

| Description | Text Symbol | Value | + uncertainty | − uncertainty |
|---|---|---|---|---|
| Total density | $\Omega_0$ | 1.02 | 0.02 | 0.02 |
| Equation of state of quintessence[b] | $w$ | $< -0.78$ | 95% CL | |
| Dark energy density | $\Omega_{\Lambda,0}$ | 0.73 | 0.04 | 0.04 |
| Baryon density | $\Omega_{b,0}h^2$ | 0.0224 | 0.0009 | 0.0009 |
| Baryon density | $\Omega_{b,0}$ | 0.044 | 0.004 | 0.004 |
| Baryon density ($m^{-3}$) | $n_{b,0}$ | 0.25 | 0.01 | 0.01 |
| Matter density | $\Omega_{m,0}h^2$ | 0.135 | 0.008 | 0.009 |
| Matter density | $\Omega_{m,0}$ | 0.27 | 0.04 | 0.04 |
| Light neutrino density ($m^{-3}$) | $\Omega_{\nu,0}h^2$ | $< 7600$ | 95% CL | |
| CMB temperature (K)[c] | $T_0$ | 2.725 | 0.002 | 0.002 |
| CMB photon density ($m^{-3}$)[d] | $n_{\gamma,0}$ | $4.104 \times 10^8$ | $0.009 \times 10^8$ | $0.009 \times 10^8$ |
| Baryon-to-photon ratio | $\eta_0$ | $6.1 \times 10^{-10}$ | $0.3 \times 10^{-10}$ | $0.2 \times 10^{-10}$ |
| Baryon-to-matter ratio | $\Omega_{b,0}\Omega_{m,0}^{-1}$ | 0.17 | 0.01 | 0.01 |
| Redshift at decoupling | $z_{\text{dec}}$ | 1089 | 1 | 1 |
| Thickness of decoupling (FWHM) | $\Delta z_{\text{dec}}$ | 195 | 2 | 2 |
| Hubble constant | $h$ | 0.71 | 0.04 | 0.03 |
| Age of universe (Gyr) | $t_0$ | 13.7 | 0.2 | 0.2 |
| Age at decoupling (kyr) | $t_{\text{dec}}$ | 379 | 8 | 7 |
| Age at reionization (Myr, 95% CL) | $t_r$ | 180 | 220 | 80 |
| Decoupling time interval (kyr) | $\Delta t_{\text{dec}}$ | 118 | 3 | 2 |
| Redshift of matter–energy equality | $z_{r,m}$ | 3233 | 194 | 210 |
| Reionization optical depth | $\tau$ | 0.17 | 0.04 | 0.04 |
| Redshift at reionization (95% CL) | $z_r$ | 20 | 10 | 9 |
| Sound horizon at decoupling (deg) | $\theta_A$ | 0.598 | 0.002 | 0.002 |
| Angular size distance (Gpc) | $d_A$ | 14.0 | 0.2 | 0.3 |
| Acoustic scale[e] | $\ell_A$ | 301 | 1 | 1 |
| Sound horizon at decoupling (Mpc)[f] | $r_s$ | 147 | 2 | 2 |

[a] All data from Bennett et al., *Ap. J. S.*, 148, 1, 2003.

[b] CL means "confidence level."

[c] From COBE (Mather et al., *Ap. J.*, *512*, 511, 1999).

[d] Derived from COBE (Mather et al., *Ap. J.*, *512*, 511, 1999).

[e] $\ell_A = \pi\theta_A^{-1}$ for $\theta_A$ in radians.

[f] $\theta_A = r_s d_A^{-1}$ for $\theta_A$ in radians.

The most incomprehensible thing about the universe
is that it is comprehensible. —— A. Einstein.