

中国科学技术大学
2015—2016学年第二学期考试试卷—答案

考试科目: 原子物理学 得分: _____
 学生所在系: _____ 姓名: _____ 学号: _____

物理学常数:

电子电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{C}$, 电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg} = 0.511 \text{MeV}/c^2$

Planck常数 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$, 真空光速 $c = 3.00 \times 10^8 \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N}\cdot\text{A}^{-2}$, 真空介电常数 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2\cdot\text{J}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

Rydberg常数 $R_\infty = 10973731 \text{m}^{-1}$, 原子质量单位 $u = 1.66 \times 10^{-27} \text{kg} = 931 \text{MeV}/c^2$

玻尔半径 $a_1 = 0.529 \times 10^{-10} \text{m}$, 阿伏伽德罗常数 $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$

玻尔兹曼常数 $k = 8.62 \times 10^{-5} \text{eV}\cdot\text{K}^{-1}$

精细结构常数 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar c} = \frac{1}{137.036}$, Bohr磁子 $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 0.927 \times 10^{-23} \text{J}\cdot\text{T}^{-1}$

403.648

组合常数:

$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.44 \text{fm}\cdot\text{MeV}$, $m_e c^2 = 0.511 \text{MeV}$, $hc = 1.240 \text{nm}\cdot\text{keV}$

一. 选择题 (每题3分, 共30分, 请将答案填入下表中)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	D	B	C	C	B	B	D	D

1. 在一次使用金箔做 α 粒子散射实验的过程中, 探测器分别在散射角 120° 和 90° 处, 相同时间内测量到的粒子数之比为

A. 2: 3 B. 4: 9 C. 9: 16 D. 16: 9

2. 导致碱金属原子能级精细结构分裂的原因是

A. 原子实的极化和轨道贯穿 B. 运动的相对论效应
 C. 自旋-轨道相互作用 D. 以上三者都是

$$\frac{N_{120}}{N_{90}} = \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta'}{2}} = \frac{\sin^2 \frac{120}{2}}{\sin^2 \frac{90}{2}} = \frac{\sin^2 60}{\sin^2 45} = \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{3}{2}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

- 在弗兰克-赫兹实验中，观测到Hg原子发出的波长为184.9nm的光谱线，若不考虑反冲，使Hg原子发出该谱线的电子的动能应当为
A. 4.68eV B. 4.9eV C. 5.78eV D. **6.73eV**
- 在戴维逊-革末实验中，通过测量被Ni晶体散射的电子束在空间的分布特征，
A. 确定了e/m的值 B. **证实了电子的波动性**
C. 认定了光电效应的确实性 D. 测量了Ni原子的大小
- 基态氧原子核外电子的排布为 $1s^2 2s^2 2p^4$ ，依据泡利原理和洪德定则，其能量最低的原子态为
A. 2^1S_0 B. 2^3P_0 C. **2^3P_2** D. 2^3S_1

6. Be为周期表中第4号元素，在基态和激发态，其价电子按LS耦合的方式形成原子态。若将Be原子激发为 $2s3p$ 的电子组态，通过电偶极跃迁能够发出的光谱线的数目为
A. 4 B. 9 C. 10 D. 6

$$1 + \frac{3-0}{2} + \frac{3}{2}$$

- 基态Sc原子（原子序数为21）核外电子排布为 $[Ar]3d4s^2$ ，一束基态的Sc原子通过斯特恩-格拉赫磁场后将成为
A. 2束 B. 3束 C. **4束** D. 6束
- 根据能级多重性的交替规律，周期表中第二主族的锶原子（ $Z=38$ ）能级多重结构是
A. 双重 B. **一、三重** C. 单重 D. 二、四重



- 基态氢原子在波导腔中，当微波发生器频率调到 1.40×10^{10} Hz时，发生了磁共振。此时恒定磁场的B值应为
A. 0.02T B. **0.500T** C. 5.00T D. 1.40T

- 电子组态 $2p3d$ 可形成 $^3D_{3,2,1}$ ， $2s2p$ 可形成 $^3P_{2,1,0}$ ， $^3D_{3,2,1} \rightarrow ^3P_{2,1,0}$ 电偶极辐射跃迁所产生的光谱线的数为
A. 9 B. 7 C. 6 D. **0**



$$RA \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{25} \right)$$

$$p = n h$$

二. 填空题（每空2分，共30分，请将答案直接填在本试卷中）

- 按照玻尔的氢原子模型，电子从 $n=5$ 的轨道向 $n=2$ 的轨道跃迁，发出的光谱线的波长为 434.1 nm，跃迁后原子的角动量为 2 \hbar 。
- 氢原子亚稳态 $2^3S_{1/2}$ 的寿命为 10^{-1} s，激发态 $2^3P_{1/2}$ 的寿命为 10^{-9} s，这两个能级的自然宽度相差 10^8 倍。
- 处于 3P_0 态的镁原子，在弱磁场中将分裂为 1 个能级。而处于 3P_2 态的镁原子，在弱磁场中将分裂为 5 个能级。
- Ti原子 $3d^3 4s$ 组态形成的5重态能级相对于基态分别高出 6556.833 cm^{-1} 、 6598.764 cm^{-1} 、 6661.004 cm^{-1} 、 6742.755 cm^{-1} 、 $6842.965.0 \text{ cm}^{-1}$ ，该5重态为 $^5F_{-12345}$ ，其中能量最低能级的总角动量子数 $J =$ 1。



5. 钷原子的电子组态为 $[\text{Xe}]4f^4 6s^2$, 基态能级为 $^5\text{I}_4$, 铊原子的电子组态为 $[\text{Xe}]4f^{12} 6s^2$, 基态能级为 $^3\text{H}_4$. 已知上述两原子中的电子均以LS方式耦合.

6. Hg原子的电子组态为 $6s6d$, 按jj耦合方式, 形成的能级数为 4, 耦合结果

表示为 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})_{1,2}$, $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})_{2,3}$.

7. 从X射线管发出的 $K\alpha$ 线的波长为 0.071nm , 该射线管阳极靶材料的原子序数为 42. $K\alpha$ 射线是由 $2p \rightarrow 1s$ 或 $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ 跃迁产生的, 实际上包含 2 条波长很接近的谱线.

8. 由实验测得 H^{35}Cl 分子的转动常数 $B=10.397\text{cm}^{-1}$, 该分子的约化质量为 $1.63 \times 10^{-27}\text{kg}$, 则 HCl 分子中两原子的平衡距离为 0.129 nm.

三. 计算题 (共40分, 请将解答写在试卷上)

1. (10分) 氢原子中电子的波函数为

$$\psi_{211} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_1}\right)^3 \left(\frac{r}{a_1}\right) e^{-\frac{r}{2a_1}} \sin\theta e^{i\varphi}$$

, 其中 a_1 为第一玻尔半径.

- (1) 计算电子沿径向分布的几率密度;
- (2) 求出电子沿径向出现几率极大的壳层的半径;
- (3) 这一状态的电子, 轨道角动量是多少? 该角动量在z方向的分量是多少?

解: (1) 沿径向分布的几率密度为

$$R_{21}^2 r^2 = r^2 \iint |\psi_{211}|^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{1}{64\pi} \left(\frac{1}{a_1}\right)^3 \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 e^{-\frac{r}{a_1}} r^2 \int_0^\pi \sin^2\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= \frac{2\pi}{64\pi} \left(\frac{1}{a_1}\right)^3 \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 e^{-\frac{r}{a_1}} r^2 \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{\pi}{64} \left(\frac{1}{a_1}\right)^3 \left(\frac{r}{a_1}\right)^2 r^2 e^{-\frac{r}{a_1}} = \frac{\pi}{64} \left(\frac{1}{a_1}\right)^5 r^4 e^{-\frac{r}{a_1}}$$

$$(2) \frac{d(R_{21}^2 r^2)}{dr} = \frac{\pi}{64} \left(\frac{1}{a_1}\right)^5 \frac{d(r^4 e^{-\frac{r}{a_1}})}{dr} = \frac{\pi}{64} \left(\frac{1}{a_1}\right)^5 \left(4r^3 e^{-\frac{r}{a_1}} - \frac{1}{a_1} r^4 e^{-\frac{r}{a_1}}\right)$$

$$= \frac{\pi}{64} \left(\frac{1}{a_1}\right)^5 \left(\frac{4}{r} - \frac{1}{a_1}\right) r^4 e^{-\frac{r}{a_1}}$$

$r=0$, $r=4a_1$ 导数为零, 取极大值的条件为 $r=4a_1$.

$$(3) \text{轨道角动量 } p_l = \sqrt{l(l+1)} \hbar = \sqrt{2} \hbar$$

轨道角动量在z方向的分量 $p_{lz} = +1 \hbar$

电子组态	原子态	能级(cm^{-1})
3s	$3^2S_{1/2}$	0.000
3p	$3^2P_{1/2}$	16956.172

3p	$3^2P_{3/2}$	16973.368
4s	$4^2S_{1/2}$	25739.991
3d	$3^2D_{3/2}$	29172.839
3d	$3^2D_{5/2}$	29172.889
4p	$4^2P_{1/2}$	30266.99
4p	$4^2P_{3/2}$	30272.58

6-1

2. (8分) 右表为Na原子的几个能量较低的能级与基态能级的差值。

(1) Na原子是单个价电子的原子；原子态为双重态，但某些双重态只有单一能级，为什么？

(2) 将表中的电子组态（只需要写出价电子态即可）和原子态填写完整；

(3) 若原子被激发到**29172.889** cm^{-1} 的能级，向低能级跃迁能够产生哪些电偶极辐射？

(4) 若原子被激发到30272.58 cm^{-1} 的能级，向低能级跃迁能够产生哪些电偶极辐射？

解：(1) S能级是单层的，因为轨道角动量为0，没有自旋-轨道相互作用，因而不会导致能级分裂。或者，总角动量量子数只能取单一的1/2，因而能级是单层的。

(2) 见表。

(3) 这一能级的原子态为 $3^2D_{5/2}$ ，可能的电偶极跃迁为 $3^2D_{5/2} \rightarrow 3^2P_{3/2}$ ，以及 $3^2P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$

3. (8分) Ge原子基态的电子组态为 $4s^24p^2$ ，某一激发态的电子组态为 $4s^24p5s$ ，电子按LS方式耦合成原子态。

(1) $4s^24p^2$ 能形成哪些能级，基态能级是什么？

(2) $4s^24p5s$ 能形成哪些能级？

(3) 从组态 $4s^24p5s$ 向组态 $4s^24p^2$ 的电偶极辐射跃迁有哪些？能够发出多少条光谱线？

4. (8分) 钇原子(Y)的波长为407.7359nm的谱线是 $^2F_{5/2} \rightarrow ^2D_{3/2}$ 跃迁发出的，在1T的弱外磁场中，该谱线将产生塞曼分裂。

(1) 分别计算上述相关能级的朗德因子；

(2) 画图表示相关能级在外磁场中的分裂情况；

(3) 上述光谱线分裂为几条谱线？计算分裂后的谱线相对于原谱线移动的波数；

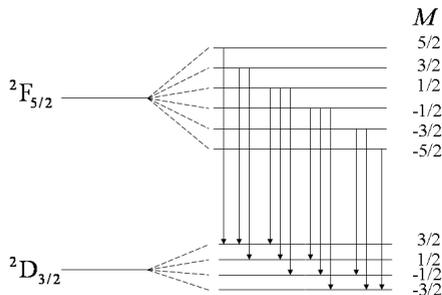
(4) 在垂直于磁场方向能观察到几条谱线？在平行于磁场方向能观察到几条谱线？

$$(1) g_{LS} = 1 + \frac{J^*^2 - L^*^2 + S^*^2}{2J^*^2} = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J \times (J+1)}$$

$${}^2F_{3/2} \text{能级} \quad g_2 = 1 + \frac{5/2 \times (5/2 + 1) - 3 \times 4 + 1/2 \times (1/2 + 1)}{2 \times 5/2 \times (5/2 + 1)^2} = \frac{6}{7}$$

$${}^2D_{3/2} \text{能级} \quad g_1 = 1 + \frac{3/2 \times (3/2 + 1) - 2 \times 3 + 1/2 \times (1/2 + 1)}{2 \times 3/2 \times (3/2 + 1)^2} = \frac{4}{5}$$

(2) ${}^2F_{3/2}$ 能级分裂为6个能级, ${}^2D_{3/2}$ 能级分裂为4个能级



$$(3) \quad \Delta E = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{\mu_B B}{hc} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) L$$

$$L = \frac{\mu_B B}{hc} = 0.467 \text{cm}^{-1}$$

	M	5/2	3/2	1/2	-1/2	-3/2	-5/2
$g_2 = 6/7$	$M_2 g_2$	15/7	9/7	3/7	-3/7	-9/7	-15/7
$g_1 = 4/5$	$M_1 g_1$	6/5	2/5	-2/5	-6/5		

$$\Delta M = +1 \quad \sigma^+ \quad 33/35 \quad 31/35 \quad 29/35 \quad 27/35$$

$$M_2 g_2 - M_1 g_1 \quad \Delta M = 0 \quad \pi \quad 3/35 \quad 1/35 \quad -1/35 \quad -3/35$$

$$\Delta M = -1 \quad \sigma^- \quad -27/35 \quad -29/35 \quad -31/35 \quad -33/35$$

共分裂为12条, 移动的波数分别为

$$\frac{33}{35}L, \quad \frac{31}{35}L, \quad \frac{29}{35}L, \quad \frac{27}{35}L, \quad \frac{3}{35}L, \quad \frac{1}{35}L, \quad -\frac{1}{35}L, \quad -\frac{3}{35}L, \quad -\frac{27}{35}L, \\ -\frac{29}{35}L, \quad -\frac{31}{35}L, \quad -\frac{33}{35}L$$

$$= 0.440 \text{cm}^{-1}, \quad 0.414 \text{cm}^{-1}, \quad 0.387 \text{cm}^{-1}, \quad 0.360 \text{cm}^{-1}, \quad 0.040 \text{cm}^{-1}, \quad 0.013 \text{cm}^{-1}, \\ -0.013 \text{cm}^{-1}, \quad -0.040 \text{cm}^{-1}, \quad -0.360 \text{cm}^{-1}, \quad -0.387 \text{cm}^{-1}, \quad -0.414 \text{cm}^{-1}, \quad -0.440 \text{cm}^{-1}$$

(4) 在垂直于磁场方向上观察到12条, 平行于磁场方向上观察到8条。

5. (6分) ${}^{12}\text{C}^{18}\text{O}$ 分子的键长 $R_0 = 0.1128 \text{nm}$.

(1) 该分子纯转动谱线的间隔是多少?

(2) 若测量该分子的拉曼散射, 计算小拉曼位移光谱线的间隔以及第一条反斯

托克斯线与第一条斯托克斯线之间的波数差.

解: 跃迁的选择定则为 $\Delta J = \pm 1$, 纯转动谱线波数 $\sqrt{[?]} = \frac{h}{8\pi^2 Ic} 2J_2 = 2BJ_2$,

相邻谱线间隔 $\Delta\sqrt{[?]} = \frac{h}{8\pi^2 Ic} [2J_2 - 2(J_2 - 1)] = \frac{2h}{8\pi^2 Ic} = 2B$, 其中 $B = \frac{h}{8\pi^2 Ic}$

转动惯量 $I = \mu R_0^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} R_0^2 = \frac{12 \times 18}{12 + 18} \times 1.66 \times 10^{-27} \times (0.1128 \times 10^{-9})^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$= 1.521 \times 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

转动常数 $B = \frac{h}{8\pi^2 Ic} = 184.0 \text{ m}^{-1} = 1.840 \text{ cm}^{-1}$

或 $I = \mu R_0^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} R_0^2 = \frac{12 \times 18}{12 + 18} \text{ u} \times (0.1128 \text{ nm})^2 = 0.0916 \text{ u} \cdot \text{nm}^2$

$B = \frac{hc}{8\pi^2 Ic^2} = \frac{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}}{8\pi^2 \times 0.0916 \times 931 \times 10^3 \text{ keV} \cdot \text{nm}^2} = 1.842 \times 10^{-7} \text{ nm}^{-1} = 1.842 \text{ cm}^{-1}$

于是 $\Delta\sqrt{[?]} = 2B = 3.680 \text{ cm}^{-1}$ 或 $\Delta\sqrt{[?]} = 2B = 3.683 \text{ cm}^{-1}$

(2) 小拉曼散射位移是在转动能级上产生的, 选择定则为 $\Delta J_k = 0, \pm 2$ 。
于是小拉曼位移光谱线的间隔为

$\sqrt{[?]} - \nu_j \sqrt{[?]} = 4B = 7.360 \text{ cm}^{-1}$ 或 $\sqrt{[?]} - \nu_j \sqrt{[?]} = 4B = 7.365 \text{ cm}^{-1}$

第1条斯托克斯线和第1条反斯托克斯线之间

$\sqrt{[?]}_0 - \nu_j \sqrt{[?]} = 12B = 22.08 \text{ cm}^{-1}$ 或 $\sqrt{[?]}_0 - \nu_j \sqrt{[?]} = 12B = 22.10 \text{ cm}^{-1}$