



中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

地址:中国安徽省合肥市 电话:0551-63602184 传真:0551-63631760 网址:http://www.ustc.edu.cn

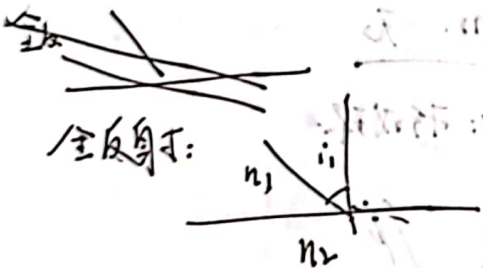
量子物理

第一章 光学 1.1 几何光学与费马原理

几何光学三大定律

- (1) 光的直线传播
- (2) 光的线性叠加 (独立传播)
- (3) 光的反射与折射定律

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$



全反射:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_2$$

$$\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1}$$

超过这个角度都会发生全反射

费马原理:

光线沿光程为驻值的路线传播。

由此推出: 透镜成像

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

s 物距 s' 像距

1.2 光的电磁性

$$y(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

时间周期性 空间周期性

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r}}, n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

$$v = \frac{c}{n}$$

E, B, v 三个矢量相垂直

Poynting 矢量: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$

我们关心的平均能流密度的平均值

$$\bar{S} = \frac{1}{T} \int_0^T S dt = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{E} \times \vec{H} dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T E \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 \mu_r} E dt = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 \mu_r} E_0^2$$

我们定义光强为 $I = n E^2$

同一介质中, 可进一步简化为 $I \propto E^2$
单色波为波及其描述

(1) 平面波

$$U(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

(2) 球面波

$$U(r,t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

复振幅表示:

$$A \tilde{U}(x,t) = A(x) e^{i\varphi(x)} e^{-i\omega t}$$

$$\tilde{U}(x) = A(x) e^{i\varphi(x)}$$



1.3 光的干涉

(1) 非相干叠加:

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P)$$

(2) 相干叠加:

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + \Delta I(P)$$

通常表现为有明暗相间的条纹

即为强有了重新分布

必要条件: ① 同频率

② 有同方向分量 ③ 有稳定相位差

$$I_{\Sigma} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta(P)$$

$$\delta(P) = k(r_1 - r_2) + \varphi_1 - \varphi_2$$

$$r = \frac{I_1 + I_2}{I_1 + I_2} \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

反衬度

干涉的相位差和光程差判据

$$\Delta \delta(P) = 2m\pi \text{ 明}$$

$$\delta(P) = (2m+1)\pi \text{ 暗}$$

光程差判据: $\Delta L = m\lambda$ 明

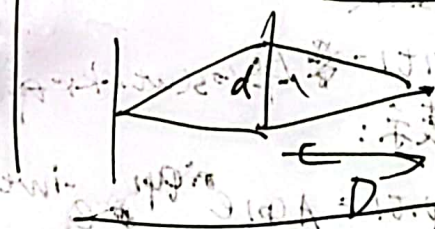
$$\Delta L = (m + \frac{1}{2})\lambda \text{ 暗}$$

杨氏双缝干涉

思想: 在同一列波的波面上取两

个次波源, 将有稳定相位差

$$x_m = \frac{D}{d} m \lambda \quad \Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$



白光入射, 经波片+级导光波

的j级重合, 干涉将无法分辨, 将消失

最大相干长度:

$$L_0 = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

干涉条纹移动:

光程差变化 $\delta(L) = N\lambda$

则经过N个干涉条纹

$$\delta x = \frac{D}{R} \delta L$$

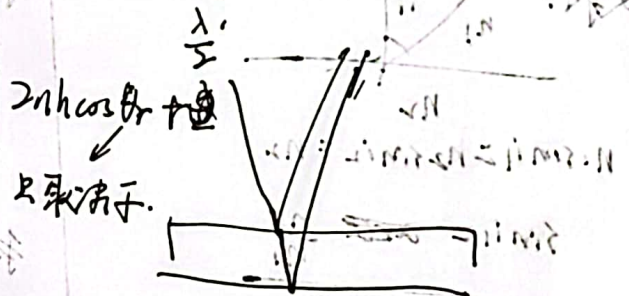
洛埃镜

薄膜干涉: $\Delta L = 2nt \cos i$

$n_1 < n_2 > n_3$ 半波损失: $\Delta L \pm \frac{\lambda}{2}$

$n_1 > n_2 > n_3$ 无

等厚干涉: 形成环



等厚干涉

$$2nh + \frac{\lambda}{2}$$

只取决于

光学薄膜: 反射



$$2n_2 t = \frac{\lambda}{2}$$

$$t = \frac{\lambda_0}{4n_2}$$





中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

地址:中国安徽省合肥市 电话:0551-63602184 传真:0551-63631760 网址:http://www.ustc.edu.cn

1.4 光的衍射

光遇到障碍物和孔时将偏离直线传播

菲涅尔-惠根斯原理

先次波再叠加

菲涅尔衍射积分

$E(P) = \iint dE(P)$ 两个元素

$$dE(P) \propto E_0 \frac{e^{ikr}}{r} \propto \frac{f(\theta, \theta_0)}{r} \propto k$$

基尔霍夫衍射积分: 待求衍射

$$\frac{1}{\lambda} \iint \frac{\cos(\theta + \theta_0)}{2} \frac{e^{ikr}}{r} E_0(Q) dS \cdot f(\theta, \theta_0) = 1$$

Babinet原理

$$\|E_a\| + \|E_b\| = \|E_0\|$$

夫琅和费单缝衍射

$$E(\theta) = C \frac{\sin \alpha}{\alpha} e^{ikL}$$

$$C = \frac{-i\lambda}{ab} \frac{-iabE_0}{\lambda f}$$

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$I_0 = \left(\frac{ab}{\lambda f}\right)^2 E_0^2$$

最大衍射半角宽:

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{a}$$

夫琅和费圆孔衍射

$$D = 2a$$

$$E = \tilde{C} e^{ikL} \frac{2J_1(x)}{x}$$

$$I = I_0 \left(\frac{2J_1(x)}{x}\right)^2$$

$$\tilde{C} = \frac{-i\lambda}{\lambda f} \pi a^2 E_0$$

$$I_0 = E_0^2 \left(\frac{\pi a^2}{\lambda f}\right)^2$$

$$x = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} = \frac{2D \sin \theta}{\lambda}$$

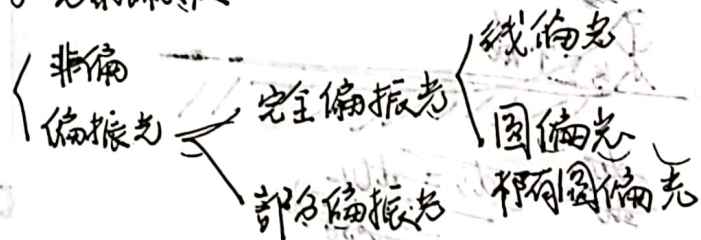
$$\Delta\theta_0 = \frac{1.22\lambda}{D}$$

瑞利判据 $\delta\theta > \Delta\theta_0$ 可分辨

鹰看清地面上的老鼠

$$\delta\theta = \frac{\Delta b}{h}$$

1.5 光的偏振



$$E_t = \begin{cases} E_x \cos \omega t \\ E_y \cos(\omega t + \delta) \end{cases}$$

$\delta = 0, \delta = \pi$ 线偏光 正右负左

$\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ 圆偏光 $E_x = E_y$

$\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ 正椭圆光
斜椭圆光



斯涅尔定律

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

自然光: $I = \frac{1}{2} I_0$

当以布儒斯特角入射时
为全偏光

$$n_1 \sin i_B = n_2 \cos i_B$$

双折射: 一束光入射介质后分为两束光
称为双折射

波晶片

$\frac{1}{4}$ 加 $\frac{\pi}{2}$ 相位差

$\frac{1}{2}$ 无相位差

入射光破坏光的相干性

太阳和蓝天颜色不一样

直射: 散射 \rightarrow 透射

蓝天: 散射

课后作业:

1. $n_1 y_1 = n_2 (y + Ay)$



$$\frac{dy}{ds} = \frac{dl}{ds} = \frac{dy}{\cos \theta}$$

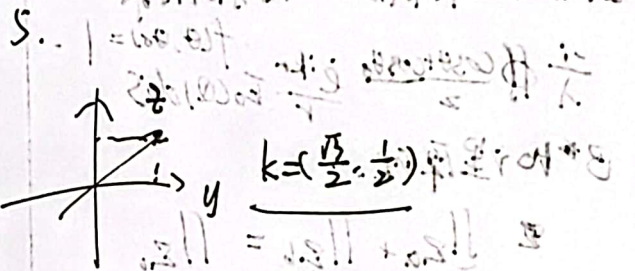
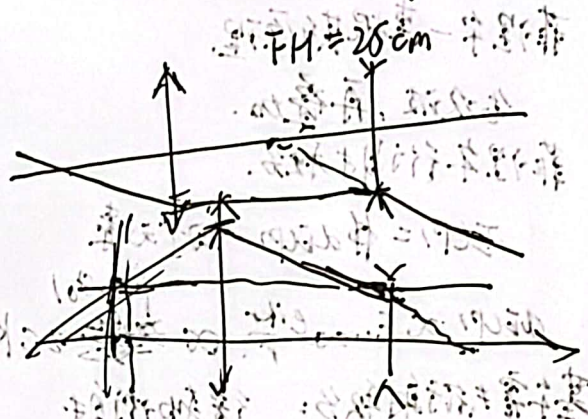
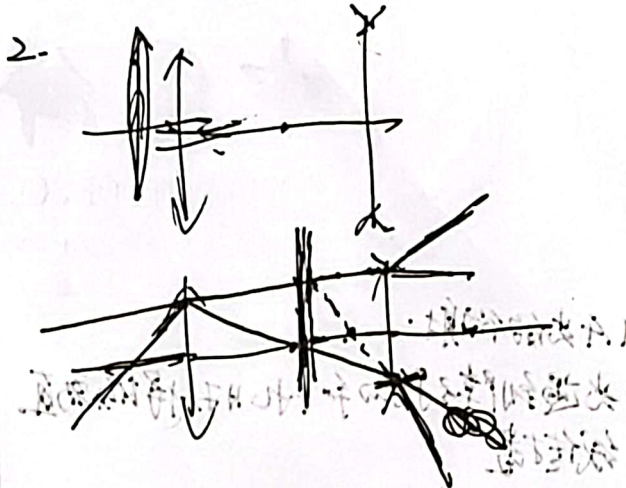
$$\frac{dy}{ds} = \tan \theta \quad \cos \theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + s^2}}$$

$$n_1 \sin \theta = n_2 \quad n_2 \sin \theta = n_1$$

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + s^2}} = \frac{1}{1 + Ay}$$

$$ds = dy \cdot \tan \theta = \frac{dy}{\sin \theta} = \frac{dy}{\frac{1}{1 + Ay}} = (1 + Ay) dy$$

$$s = \sqrt{\frac{Ph}{A}} = 2000 \text{ m}$$



$$y = A_0 \cos(\omega t - \frac{\sqrt{2}}{2} y - \frac{1}{2} z + \varphi_0)$$

$$A_0 e^{i(\frac{\sqrt{2}}{2} y + \frac{1}{2} z + \varphi_0)} + e^{-i\omega t}$$

$$A_0 e^{i(\frac{\sqrt{2}}{2} y + \frac{1}{2} z)}$$

$$\Delta l = nh = 9\lambda$$

$$l_1 = l_0 + h$$

$$l_2 = l_0 + nh$$

$$\Delta l_2 = l_2 - l_1 = (n-1)h = 9\lambda$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - (1 + Ay)^2}} = \frac{1}{1 + Ay} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 2Ay - Ay^2}}$$



中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

地址:中国安徽省合肥市 电话:0551-63602184 传真:0551-63631760 网址:http://www.ustc.edu.cn

第二章. 原子物理.

辐射本领 $E(\nu, T)$.

$$吸收本领, A(\nu, T) = \frac{d\rho(\nu, T)}{d\nu(\nu, T)}$$

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = f(\nu, T), A(\nu, T) \approx$$

绝对黑体.

1. Stefan Boltzmann 定律

$$\Phi = \sigma T^4$$

2. 维恩位移定律.

$$T\lambda_m = b$$

辐射波长的极大值

3. ~~Rayleigh~~ Rayleigh-Jeans 定律.

$$E(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

4. 普朗克能量量子假说

$$E(\nu, T) = \frac{2\pi}{c^2} \frac{h\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$\frac{2\pi}{c^2} \frac{h\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

~~光电效应~~

$$K_{max} = h\nu - \nu_0$$

$$W_{逸} = h\nu_0 = qV_{stop}$$

康普顿效应.

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

θ 为偏角, λ_c 为康普顿波长.

德布罗意物质波.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

1.3 卢瑟福原子模型.

原子半径

$$(1) \text{立方密排: } r = \sqrt[3]{\frac{A}{8N_A}}$$

$$(2) \text{六角密排: } r = \sqrt[3]{\frac{A}{4\sqrt{2}N_A}}$$

汤姆孙发现电子.

密立根测出元电荷.

卢瑟福散射实验

1.4 氢原子光谱

氢原子的巴耳末线系:

$$\lambda = B \cdot \frac{n^2}{n^2 - 4}$$

$$\tilde{\nu} = \left(\frac{1}{B}\right) \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{n^2}\right]$$

R_H 里德伯常数

氢原子所有光谱.

$$\tilde{\nu} = R_H \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$

m 为常数, $n = m+1, m+2, \dots$

1.5 玻尔氢原子模型

$$E_n = \frac{1}{2} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = \frac{1}{2} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

$$h\nu = \Delta E = E_n - E_m = \frac{1}{2} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_n}\right]$$

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 h} \left[\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_n}\right]$$



一条很重要的假设：角动量量子化

$$mvr_n = n\hbar$$

$$v_n = \alpha \frac{c}{n}, \quad \alpha \approx \frac{1}{137}$$

$$r_n = a_0 n^2, \quad a_0 \approx 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$E_n = -\frac{1}{2n^2} m_e \alpha^2 c^2 = -13.6 \left(\frac{Z}{n}\right)^2 \text{ eV}$$

基态 -13.6 eV

需用折合质量 $\mu = \frac{Mm_e}{M+m_e}$

氢原子连续谱

较高能量为正值：距核较远

只有动能

类氢原子光谱

只有一个电子的离子

$$\tilde{\nu} = R Z^2 \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right)$$

$$= R \left[\frac{1}{(n_1 Z)^2} - \frac{1}{(n_2 Z)^2} \right]$$

Frank-Hertz 实验

用电子撞击汞原子

课后习题

$$Z = n+1$$

2.1 求 B^{4+} 离子从 $n=2$ 跃迁到基态

$$E_n = -13.6 \left(\frac{Z}{n}\right)^2 = -13.6 \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -84.5 \text{ eV}$$

$$\Delta E = -13.6 \left(\frac{5}{2} \right)^2 - \left(-13.6 \left(\frac{5}{1} \right)^2 \right)$$

$$= 255 \text{ eV}$$

$$\tilde{\nu} = \frac{255}{h}$$

2.2 要使基态受激发射莱曼系最大谱线

$$\Delta E = -13.6 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1} \right) = 10.2 \text{ eV}$$

2.6. 设氢原子原来静止，从 $n=4$ 跃迁到基态，给出原子反冲速度，光子波长与不反冲做对比

$$\Delta E = -13.6 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{1} \right) = 12.75 \text{ eV}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2, \quad E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$m v = \frac{h}{\lambda}$$

$$v = 4.07 \text{ m/s}, \quad \lambda = 97.24 \text{ nm}$$

$$\lambda' = 97.2425086 \text{ nm}$$

$$\Delta \lambda = 1.7 \times 10^{-6} \text{ nm}$$



中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

地址:中国安徽省合肥市 电话:0551-63602184 传真:0551-63631760 网址:http://www.ustc.edu.cn

第三章 波函数.

3.1 物质波.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

此波动性非经典波,而是指物理量或状态可以线性叠加的干涉不是电子或光子间相互作用的结果而是分布几率的表征.

3.2 波函数的物理意义

$$\psi(x,t) = \psi_0 e^{i(kx - \omega t)} = \psi_0 e^{i\hbar(kx - Et)}$$

波函数模平方表几率.

要求: (1) 单值. (2) 有限. (3) 连续

$$\text{归一化条件: } \int |\psi|^2 dV = 1$$

$$\text{则 } \psi = \frac{\psi}{\int |\psi|^2 dV}$$

实际解可以限定为某个有限区间.

态与态叠加原理:

通过缝1 ψ_1 缝2 ψ_2

光子特征态 ψ_1

态为 $\psi = \psi_1 + \psi_2$ 特征态叠加!

$$|\psi|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + \underbrace{2\psi_1^* \psi_2}_{\text{干涉项}}$$

3.3 不确定性关系.

若两个力学量不对易,则

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{\hbar}{2}$$

自由粒子 - 动量完全确定.

波包也完全确定,位置完全不确定. 空间中完全弥散的单色波

2. 波包 $\Delta x = L$, 波长也不完全确定.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

能级的自然宽度.

ΔE : 粒子在某一状态能量不确定度

Δt 在这一时间内, 粒子处于这一状态的时间, 粒子能量不守恒, 能级有一定分布宽度.

3. 束缚粒子的最小平均动能

$$E_{kmin} = \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$

$$\text{核外电子 } \Delta x = \pi r^*$$

$$\text{三维运动 } \frac{3\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$

3.4 薛定谔方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right] \psi(x) = E \psi(x)$$



3.5 力学量的算符表示.

在波函数描述下,并不是所有力学量都有确定值,但有相几率分布,有确定均值.

$$\bar{x} = \sum x_i p_i = \int x |\psi|^2 dx$$

但动量 p 的几率不能如此表示. 需知 $\psi(p)$

$$\psi(p) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{1/2}} \int \psi(x) e^{ipx/\hbar} dx$$

$$\bar{p} = \int \psi^*(p) p \psi(p) dp$$

对波函数作某一数学运算.

即用某一算符作用波函数.

算符于某一力学量乘波函数.

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} = p \psi \quad -i\hbar \nabla \psi = \vec{p} \psi$$

$$p = -i\hbar \nabla$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E \psi \quad E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

$$\hat{L} = \vec{r} \times \hat{p} = \vec{r} \times (-i\hbar \nabla)$$

$$(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x})\psi = x \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\hbar}{i} \frac{\partial (x\psi)}{\partial x}$$

$$= x \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x} - x \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\hbar}{i} \psi$$

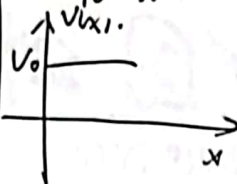
$$= i\hbar \psi \neq 0$$

$$\therefore \hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x} \neq 0$$

不对易.

3.6 一维定态问题.

(1) 阶跃势:



$x < 0$.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x) = E \psi(x)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x)$$

$$u_1 = A e^{ik_1 x} + B e^{-ik_1 x}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$x > 0$.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = (E - V_0) \psi(x)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2} \psi(x)$$

$$u_2 = C e^{k_2 x} + D e^{-k_2 x}$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

① 有限. $Q=0$.

② 连续. $u_1|_{x=0} = u_2|_{x=0}$

$$u_1|_{x=0} = u_2|_{x=0}$$

$$A + B = D \quad ik_1(A - D) = -k_2 D$$

$$A = \frac{D}{2} \left(1 + i \frac{k_2}{k_1} \right) \quad B = \frac{D}{2} \left(1 - i \frac{k_2}{k_1} \right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u(x)|^2 dx = 1$$

③ 归一化. $\int_{-\infty}^{+\infty} |u(x)|^2 dx = 1$

$x < 0$, 右行相反两列波形成驻波.

$x > 0$ 衰减





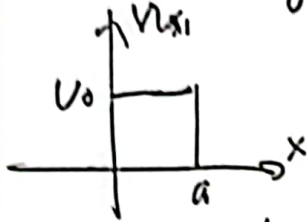
中国科学技术大学

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA

地址:中国安徽省合肥市 电话:0551-63602184 传真:0551-63631760 网址:http://www.ustc.edu.cn

(2) 势垒.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x > a \end{cases}$$



$$\begin{cases} u_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \\ u_2 = A_2 e^{k_2 x} + B_2 e^{-k_2 x} \quad \text{有限.} \\ u_3 = A_3 e^{ik_3 x} + B_3 e^{-ik_3 x} \quad \leftarrow \text{无反射波.} \end{cases}$$

代入边界条件.

(3) 一维无限深势阱.

$$\begin{cases} V(x) = 0, & |x| < \frac{a}{2} \\ V(x) = \infty, & |x| > \frac{a}{2} \end{cases}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

II, III区, $\psi(x) = 0$. I区.

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

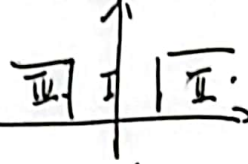
$$\psi\left(\frac{a}{2}\right) = \psi\left(-\frac{a}{2}\right) = 0.$$

$$\begin{vmatrix} \cos k\frac{a}{2} - \sin k\frac{a}{2} \\ \cos k\frac{a}{2} \sin k\frac{a}{2} \end{vmatrix} = 2 \sin k\frac{a}{2} \cos k\frac{a}{2} = \sin ka = 0.$$

$$k = \frac{n\pi}{a}$$

$$\psi(x) = \begin{cases} A \cos \frac{n\pi x}{a} & n \text{ 奇} \\ B \sin \frac{n\pi x}{a} & n \text{ 偶} \end{cases} \quad \begin{matrix} A = \sqrt{\frac{2}{a}} \\ B = \sqrt{\frac{2}{a}} \end{matrix}$$

(4) 有限深势阱.



$$\psi_{II} = A e^{ik_1 x} + B e^{-ik_1 x}$$

$$\psi_{II} = A e^{k_2 x}, \quad \psi_{II} = B e^{-k_2 x}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

$$\psi_{II}\left(\frac{a}{2}\right) = \psi_{II}\left(-\frac{a}{2}\right)$$

$$\frac{d\psi_{II}}{dx} \Big|_{\frac{a}{2}} = \frac{d\psi_{II}}{dx} \Big|_{-\frac{a}{2}}$$

(5) 一维简谐振子:

$$V(x) = \frac{1}{2} kx^2.$$

$$E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega, \quad E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega.$$

粒子在绝对零度时的振动能.

概率分布, $x=0$ 时最大.

经典

量子 $x=0$ 时最大, $n \rightarrow \infty$ 时两者一致.

