1. 求下列矩阵

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ 和 } \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

的本征值和归一化本征矢量，这些本征矢量正交吗？做出解释.

2. (物理学大题典—量子力学，p144, 2-83) Hermite 算符 A 与 B 满足 $A^2=B^2=1$，$AB+BA=0$，A 与 B 均无简并，求：

（1）在 A 表象中 A 与 B 的矩阵表达式，并求 B 的本征函数的表达式；

（2）A 表象到 B 表象中的幺正变换矩阵 S.

3. (物理学大题典—量子力学，p274, 4-55) 若 $\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$ 为 Pauli 矩阵，求：

（1）在 σ_z 表象中，$\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$ 的归一化本征态.

（2）在 σ_x 表象中，σ_y,σ_z 的本征态和本征值.

4. 一维三/四维各向同性谐振子的能量本征值为 $\hbar\omega\left(\text{n}+\frac{3}{2}/2\right)$，n=0，1，2,… 求能级简并度.

5. (物理学大题典—量子力学，p36, 1-49) 求 Hermite 算符 $F=\alpha p+\beta \text{x}$ 的本征态.

6. 一个质量为 m 的粒子在一维无限深势阱（0≤x≤a）中运动，t=0 时的波函数为：

$$\psi=\sqrt{\frac{8}{5a}}\left[1+\cos\frac{\pi x}{a}\right]\sin\frac{\pi x}{a},\quad (0\le x\le a)$$

（1）求后来任意时刻 t 的波函数？

（2）系统在 t=0 时刻和 t=t_0 时刻能量测量的平均值为多少？

（3）在 t=t_0 时，在势阱左半部分（0≤x≤a/2）发现粒子的概率时多少？

7. (Constantinescu and Magyari，1983) 有一量子体系，其态矢空间三维，选择基矢 |1>, |2>, |3>. 体系的 Hamilton 量 H 及另外两个力学量 A 与 B 为

$$H=\hbar\omega_0\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},\quad A=\text{a}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\quad B=\text{b}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

设 t=0 时体系态矢为

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{2}|2\rangle + \frac{1}{2}|3\rangle$$

（1）在 t=0 时测量 H 可能得到的结果和相应的概率，并计算 H 的平均值$\bar{H}$以及ΔH.

（2）在 t=0 时测量 A 的可能值以及概率，并写出测量后体系的态矢量.

（3）计算任意时刻 A 与 B 的平均值.

8.(参考物理学大题典—量子力学，p66,2-13)宽度为 a 的一维无限深势阱中，一个质量为 m 的粒子处于基态，现突然将势阱宽度以其中心对称的扩为原来两倍，问在扩展后的粒子系统中，

（1）粒子处于基态的概率

（2）能量可能的测量结果以及相应概率.

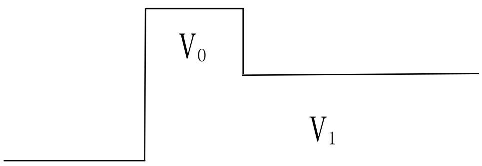
9. (物理学大题典—量子力学，p112,2-53)一个质量为 m 能量为 E 的粒子从左入射，碰到高度为 W 的势垒，求当：

（1）W＜E

（2）W＞E

时的反射波函数，并表示成 Aexp（iφ）的形式,且求出反射系数.

10. (Constantinescu and Magyari，1983)有一个形状如图的一维势垒，试求从左入射能量为 E（V_1＜E＜V_0）粒子的透射系数



11.能量为 E 的粒子从左入射一个深为 V_0的势阱，求出透射系数，并计算说明什么时候透射系数为 1.

12.一维谐振子的 Hamilton 量为$H=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2q^2$，设系统处于能量本征态|n>下，对应于能量本征值$\hbar\omega\left(\text{n}+\frac{1}{2}\right)$，计算$\Delta p,\Delta q,\Delta p\Delta q$.

13. (物理学大题典—量子力学，p353,6-3)一个质量为 m 的粒子在一维谐振子场中运

动，考虑动能$T=\dfrac{p^2}{2m}$的相对修正和基态能量的修正，精确到$\dfrac{1}{c^2}$阶，c 为光速.

14.（郑惠南，2020，PPT p484） 某个特殊的一维势阱具有下列束缚态单粒子能量本征函数：$\psi_a(x)$，$\psi_b(x)$，$\psi_c(x)$,…,其中$E_a < E_b < E_c <$...两个没有相互作用的粒子置于该势阱中.对下列各种情况下，求这个双粒子系统可能达到的两个最低能级的总能量值;与上述两个能级对应的所有可能的波函数(用ψ表示空间部分, |j,m>表示自旋部分,其中 j 是总自旋量子数, m 是总自旋的 z 分量量子数);上述能级各自的简并度.

i.两个自旋为 1/2 的可区分粒子;

ii.两个自旋为 1/2 的全同粒子;

iii.两个自旋为 0 的全同粒子.

15.已知在一维谐振子势$V=\dfrac{1}{2}m\omega^2x^2$中运动粒子基态能量为$E_0=\dfrac{1}{2}\hbar\omega$，基态波函数为$\psi_0=\dfrac{\sqrt{\alpha}}{\pi^{1/4}}\alpha xe^{-\alpha^2x^{2/2}}$，第一激发态能量为$E_1=\dfrac{3}{2}\hbar\omega$，波函数为$\psi_1=\dfrac{\sqrt{2\alpha}}{\pi^{1/4}}\alpha xe^{-\alpha^2x^{2/2}}$，已经归一化，其中$\alpha=\sqrt{m\omega/\hbar}$,某粒子在此谐振子势中运动，初始波函数为$\psi=2\psi_0+\psi_1$，之后突然改变势使新的谐振子势为$V(x)=2m\omega^2x^2$

（1）求新的势下能量基态和第一激发态的能量和波函数.

（2）假设该离子在势场改变瞬间波函数不变，求此后测量能量得到新的基态和第一激发态的能量的概率.

(3)之后对能量进行一次测量，得到了新的基态能量，则此测量之后我们再测量能量的平均值是多少.

16.一个重量为 m 的粒子被限制在半径为 r=a 和 r=b 的两个不可穿透球面间运动，不存在其他势，求处于基态时，粒子的能量本征值和坐标表象下的归一化波函数.

17.设体系的 Hamilton 量为

$$H=\begin{pmatrix}\varepsilon_1+a & b\\ b & \varepsilon_2+a\end{pmatrix}$$

$\varepsilon_1,\varepsilon_2,a,b$为实数，且 a 和 b 为小量，试用微扰法求体系的能量，精确到二级修正.

18.一些关于简单对易关系的题没有列举

19.一些涉及磁场的考题没有列举

20.大意：考虑氢原子半径之后的基态波函数、能量和第一激发态能量